Arbeitsblatt: Symmetrieverhalten ganzrationaler Funktionsgraphen

Es gibt Studien, laut derer Gesichter, umso attraktiver wirken, je mehr Symmetrieverhalten diese aufweisen. Wir wollen anhand einer eigenen Studie prüfen, ob dies sogar allgemein für symmetrische Objekte gilt. Dafür sind im Folgenden einige Bilder dargestellt. Bewerte die Bilder in der Tabelle unten nach Sympathie.

S Y M M E T R I E


Abbildung 1: Gesicht


Abbildung 2: Auto, symmetrisches Bild

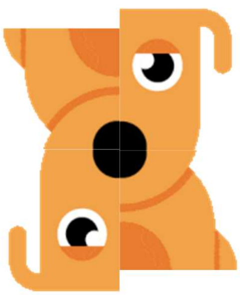
Abbildung 3: symmetrischer Hund

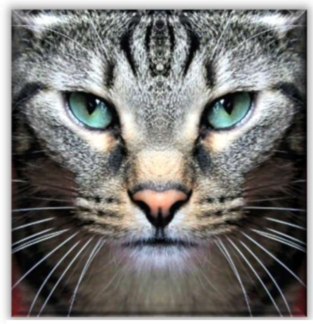
Abbildung 4: symmetrische Katze


Abbildung 5: animierte Katze


Abbildung 6: symmetrisches Wohnhaus

Aufgabe 1

Bild	Kreuze deiner Bewertung entsprechend an. (je höher die Zahl, umso besser deine Bewertung)
Abbildung 1	0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
Abbildung 2	0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
Abbildung 3	0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
Abbildung 4	0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
Abbildung 5	0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
Abbildung 6	0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Arbeitsblatt: Symmetrieverhalten ganzrationaler Funktionsgraphen

Um das Symmetrieverhalten der einzelnen Bilder zu analysieren, werden nun die Graphen ganzrationaler Funktionen über markante Punkte der Bilder gelegt. Mit Hilfe der zugehörigen Funktionsgleichung soll im Folgenden überprüft werden, ob die abgebildeten Objekte ein gewisses Symmetrieverhalten aufweisen.

Aufgabe 2

Lies dir das Informationsblatt durch. Entscheide anschließend mit Hilfe der Funktionsgleichungen, ob und welches Symmetrieverhalten die Bilder aufweisen.

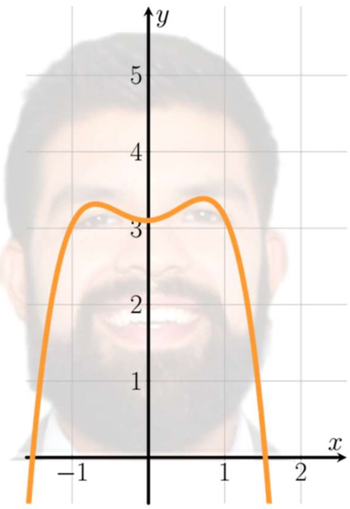

Abbildung 1: Gesicht
$f_1(x) = -x^4 + x^2 + 0{,}05x + 3{,}1$

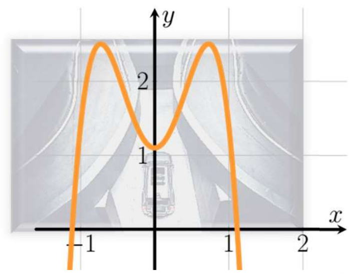

Abbildung 2: Auto, symmetrisches Bild
$f_2(x) = -5x^4 + 5{,}3x^2 + 1{,}2$

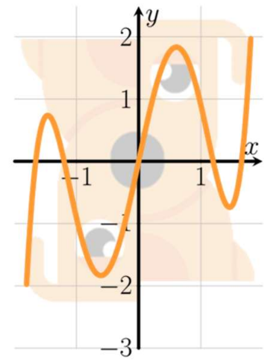

Abbildung 3: symmetrischer Hund
$f_3(x) = 1{,}2x^5 - 5x^3 + 4{,}7x$

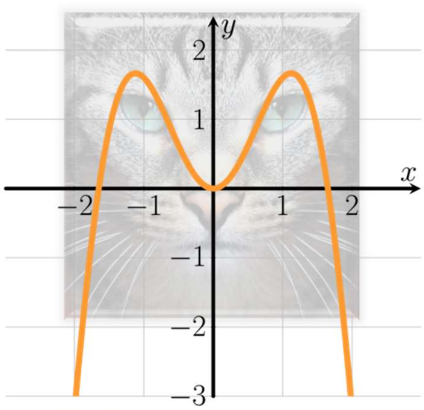

Abbildung 4: symmetrische Katze
$f_4(x) = 0{,}1x^6 - 1{,}3x^4 + 2{,}8x^2$

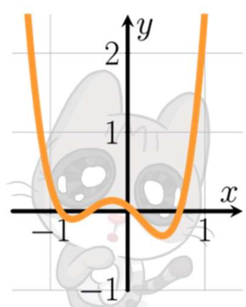

Abbildung 5: animierte Katze
$f_5(x) = 0{,}1x^5 + 2{,}95x^4 + 1{,}75x^3 - 1{,}575x^2 - 0{,}744x + 0{,}059$

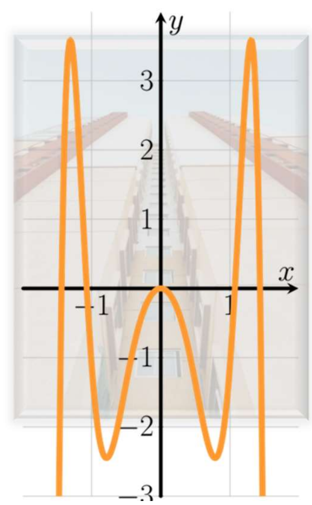

Abbildung 6: symmetrisches Wohnhaus
$f_6(x) = -5x^8 + 13{,}9x^6 - 5x^4 - 5x^2$

Herausforderung

Überlege dir welche Schwächen unsere Studie hat. Analysiere dazu den Eingangstext, die Art der Bilder und die Bildunterschriften. Betrachte zudem inwiefern die Graphen das Symmetrieverhalten widerspiegeln.

Informationsblatt: Symmetrieverhalten

10 Min

Grundsätzlich gibt es viele Arten von Symmetrien die betrachtet werden. Wir werden im Folgendenden nur Funktionsgraphen betrachten, die punktsymmetrisch zum Ursprung, achsensymmetrisch zur y-Achse oder ohne bekannte Symmetrie sind.

Achsensymmetrie zur y-Achse:

Beispiel: Gegeben ist die auf ganz $\mathbb{R}$ definierte Funktion f mit $f(x) = -2x^4 + 4x^2 + 1$.

Betrachtet man den Graphen dieser Funktion, so erkennt man, dass dieser achsensymmetrisch zur y-Achse ist. Dies bedeutet, dass die rechte Seite des Graphen durch Spiegelung an der y-Achse die linke Seite des Graphen ergibt.

Allgemein gilt: Eine ganzrationale Funktion ist achsensymmetrisch zur y-Achse, wenn alle Potenzen von x in den Funktionstermen gerade sind.

Beispiele für Funktionen dessen Funktionsgraph achsensymmetrisch zur y-Achse sind:

$f_1(x) = 0{,}3x^2 - 1$

$f_2(x) = 2x^4 - x^2$

$f_3(x) = -x^6 + 2x^2 - 4{,}21$

Nur gerade Potenzen von x.

Rechnerisch gilt dann für alle x-Werte der Definitionsmenge $f(-x) = f(x)$. Die zugehörigen Funktionen nennt man gerade Funktionen.

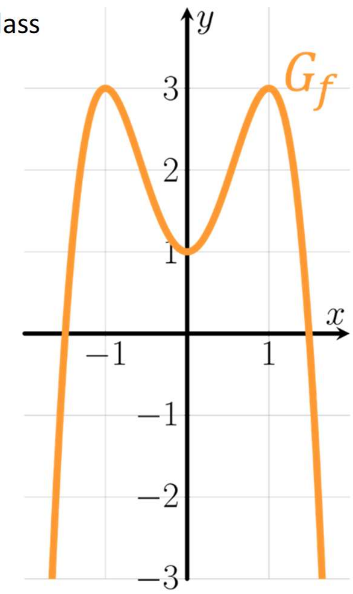

Abbildung 7: Der Graph G_f der Funktion f mit $f(x) = -2x^4 + 4x^2 + 1$

Punktsymmetrie zum Ursprung:

Beispiel: Gegeben ist die auf ganz $\mathbb{R}$ definierte Funktion f mit $f(x) = -2x^3 + 0{,}5x$.

Betrachtet man den Graphen dieser Funktion, so erkennt man, dass dieser punktsymmetrisch zum Ursprung ist. Dies bedeutet, dass die rechte Seite des Graphen durch Spiegelung an der y-Achse und anschließend an der x-Achse die linke Seite des Graphen ergibt.

Allgemein gilt: Eine ganzrationale Funktion ist punktsymmetrisch zum Ursprung, wenn alle Potenzen von x in den Funktionstermen ungerade sind **und keine additive Konstante im Funktionsterm vorkommt**.

Beispiele für Funktionen dessen Funktionsgraph punktsymmetrisch zum Ursprung sind:

$f_1(x) = 3x^3 - \frac{1}{8}x$

$f_2(x) = 2x^5 - x^3$

$f_3(x) = x^5 + \sqrt{2}x^3 - 2{,}11x$

Nur ungerade Potenzen von x.

Keine Konstante steht dabei.

Rechnerisch gilt dann für alle x-Werte der Definitionsmenge $f(-x) = -f(x)$. Die zugehörigen Funktionen nennt man ungerade Funktionen.

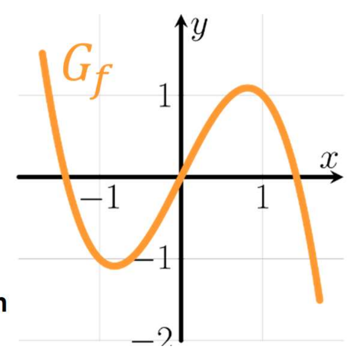

Abbildung 8: Der Graph G_f der Funktion f mit $f(x) = -x^3 + 2x$