

Übungen: Einführung ganzrationaler Funktionsgraphen

Aufgabe 1 Gegeben sind Graphen von auf ganz \mathbb{R} definierten Potenzfunktionen.

$$f_1(x) = -0,25x^5$$

$$f_2(x) = 2x^2$$

$$f_3(x) = -0,5x^4$$

$$f_4(x) = 0,5x^3$$

$$f_5(x) = -0,1x^4$$

$$f_6(x) = -x^2$$

- Gib jeweils den Globalverlauf des zugehörigen Graphen in Worten an.
- Gib das Grenzwertverhalten jeder Funktion mithilfe des Limes an.
- Gib das Symmetrieverhalten jedes Funktionsgraphen an.

Merke: Bei ganzrationalen Funktionen ($f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$) wird der Globalverlauf durch den Leitkoeffizienten und die höchste x -Potenz bestimmt. Der Graph der Funktion $f(x) = 4x^3 - 2x^2 + x - 1$ hat beispielsweise den gleichen Globalverlauf, wie der Graph der Funktion $h(x) = 4x^3$.

Aufgabe 2 Gegeben sind Graphen von auf ganz \mathbb{R} definierten ganzrationalen Funktionen.

$$f_1(x) = -5x^3 + 2x^2 - 1$$

$$f_2(x) = 2x^4 - 4,125$$

$$f_3(x) = -0,5x^4 + 2x^3 - x^2$$

$$f_4(x) = -0,1x^2 + 2x$$

$$f_5(x) = -0,1x^4 + x^3 - 3x^2$$

$$f_6(x) = -\sqrt{5}x^3 - x$$

- Gib jeweils den Globalverlauf des zugehörigen Graphen in Worten an.
- Gib das Grenzwertverhalten jeder Funktion mithilfe des Limes an.
- Gib das Symmetrieverhalten jedes Funktionsgraphen an.

Aufgabe 3 Gegeben ist die Schar der auf ganz \mathbb{R} definierten Funktionen f_k mit

$$f_a(x) = ax^3 - 2x + (a - 1) \text{ mit } a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}.$$

- Verwende eine dynamische Geometriesoftware (DGS), definiere zunächst den Parameter a und lasse anschließend die Funktion f_a zeichnen.
- Entscheide mithilfe der DGS für welchen Wert von a der Graph der Funktion f_a von links oben nach rechts unten verläuft. Gib dafür auch das Grenzwertverhalten mithilfe des Limes an.
- Entscheide für welchen Wert von a der Graph der Funktion f_a punktsymmetrisch zum Ursprung ist.

Aufgabe 4 Gegeben ist die Schar der auf ganz \mathbb{R} definierten Funktionen f_k mit

$$f_a(x) = ax^4 + 0,5x^2 + (a - 1) \text{ mit } a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}.$$

- Verwende eine dynamische Geometriesoftware (DGS), definiere zunächst den Parameter a und lasse anschließend die Funktion f_a zeichnen.
- Entscheide mithilfe der DGS für welchen Wert von a der Graph der Funktion f_a von links unten nach rechts unten verläuft. Gib dafür auch das Grenzwertverhalten mithilfe des Limes an.
- Entscheide für welche Werte von a der Graph der Funktion f_a achsensymmetrisch zur y -Achse ist.