

# Arbeitsheft: Lineare Funktionen

Autor: Hügel Rudolf

## Hügel-Schule



## Inhaltsverzeichnis

Lineare Funktionen.....	3
01 Zuordnungen .....	3
02 Wertetabellen und Graphen .....	8
03 Direkt Proportionale Größen.....	15
04 Der Funktionsbegriff.....	22
05 Die allgemeine Geradengleichung: Einführung.....	30
06 Steigungsdreieck, y-Achsenabschnitt und das Zeichnen von Geraden.....	34
07 Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen und Nullstellen .....	44
08 Geradengleichungen bestimmen .....	49
09 Schnittpunkte zweier Geraden.....	59
10 Lineare Ungleichungen lösen .....	68

## 1 Lineare Funktionen

### Zuordnungen



Beispielaufgabe:

Familie Gergely verbraucht durchschnittlich alle zwei Tage eine Rolle Toilettenpapier.

- a) Erstelle eine Tabelle, die den Zusammenhang zwischen vergangenen Tagen und verbrauchtem Toilettenpapier darstellt.

Lösung:

Tage x	2	4	6	8	10	12
verbrauchtes Toilettenpapier y	1	2	3	4	5	6

- b) Gib eine Gleichung an, die den Zusammenhang zwischen den Tagen x und dem verbrauchten Toilettenpapier y darstellt.

Lösung:

$$y = \frac{1}{2}x$$

Setzt man nun eine Zahl für  $x$  in die Gleichung ein, dann erhält man den zugehörigen  $y$ -Wert aus der Tabelle.

**Merke:**

Der **Zusammenhang zwischen** den Elementen zweier **Größen**, z.B. vergangene Tage und verbrauchtes Toilettenpapier, kann mathematisch durch **Zuordnungen**  $x \mapsto y$  beschrieben werden. Diese Zuordnungen können aber auch mit Hilfe einer Tabelle (vgl. Beispielaufgabe a)) dargestellt werden.

- c) Stelle den Zusammenhang aus Aufgabe a) dar, indem du die konkreten Zuordnungen durch Pfeile angibst.

Lösung:

Tage x		Verbrauchtes Toilettenpapier y
2	$\mapsto$	1
4	$\mapsto$	2
6	$\mapsto$	3
8	$\mapsto$	4
10	$\mapsto$	5
12	$\mapsto$	6

**Aufgabe 1:** Erstelle eine Tabelle, in der du...

- a) ...4 von deinen Mitschülern die entsprechende Haarfarbe zuordnest.



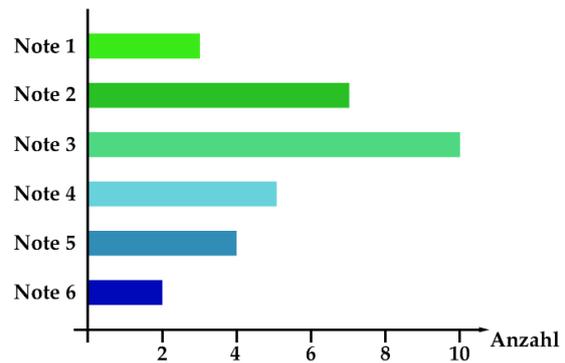


## 01 Zuordnungen: Übungsaufgaben

**Aufgabe 2:** Die Ergebnisse der Mathematikschulaufgabe aus Karl Friedrichs Klasse werden in folgendem Balkendiagramm dargestellt.

- a) Gib an, wie häufig die Note 2 geschrieben wurde.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--



- b) Stelle die Zuordnung in einer Tabelle dar.




- c) Nutze ein Tabellenkalkulationsprogramm, um die Ergebnisse auf eine weitere Diagrammart darzustellen. Rufe bei Bedarf durch Klicken auf die Aufgabe oder Scannen des QR-Codes eine Datei zur Unterstützung auf.

**Aufgabe 3:** Am Flughafen München konnte am 30.05.2021 die Währung Euro in die Währung Dollar für einen Kurs von 1,3 gewechselt werden. Das bedeutet, dass man für einen Euro genau 1,3 Dollar erhält.

- a) Erstelle eine Geldwechselliste für 1€, 10€, 100€, 500€, 1000€, 2000€ und 5000€.


- b) Bestimme, wie viel Euro man beim Rückwechseln für einen Dollar bekommt. Runde auf zwei Nachkommastellen.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

- c) Erstelle eine Wertetabelle für 1\$, 10\$, 100\$, 1000\$, 2000\$ und 5000\$.






# 01 Zuordnungen: Übungsaufgaben

**Aufgabe 5:** Für eine Taxifahrt in Regensburg zahlte man in Jahr 2020 eine Grundgebühr von 4,80€. Der Kilometerpreis lag bei 2,10€.

a) Erstelle eine Kostentabelle für Fahrt von 2, 5, 10, 20 und 50 Kilometern.



b) Zeichne ein angemessenes Diagramm zu der Tabelle aus Aufgabe 5a).



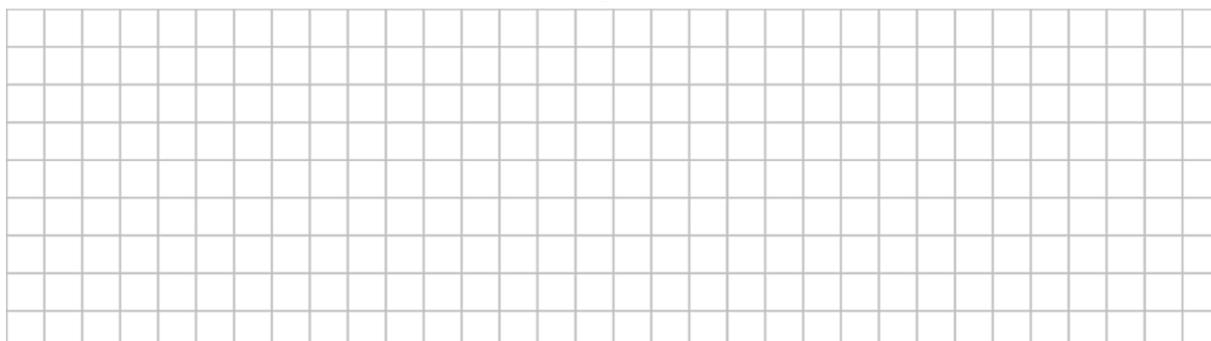
c) Gib einen passenden Term an, mit dem die Zusammenhänge dargestellt werden können, wobei  $x$  für die gefahrenen Kilometer und  $y$  für den zugehörigen Preis steht.



d) Bestimme, wie weit man für 30€ fahren kann.



e) Bestimme, wie viel Euro dein Schulweg mit dem Taxi kosten würde.



## 02 Wertetabellen und Graphen: Einführung

### Wertetabellen und Graphen



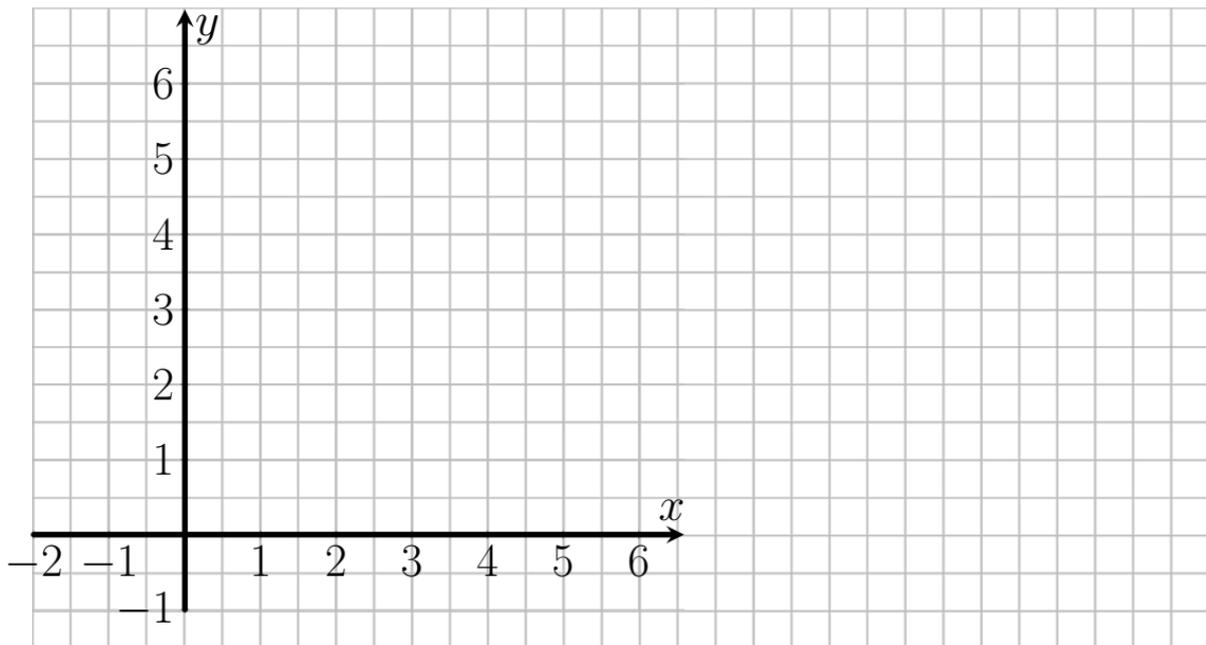
1. [Klicke hier oder scanne den QR-Code, um das zugehörige Video anzusehen.](#)

2. Gegeben ist die Gleichung  $y = -0,5x + 3$ .

a) Vervollständige die folgende Wertetabelle, in der die y-Werte noch jeweils bestimmt werden müssen.

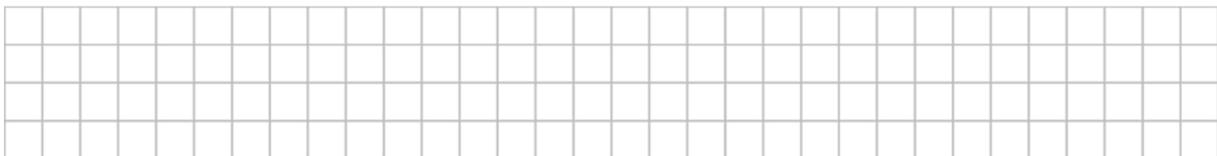
x	-2	-1	0	1	2	3	4	5
y								

b) Übertrage die Werte aus der Tabelle in ein entsprechendes x-y-Koordinatensystem.



c) Verbinde die Punkte aus b) mit Hilfe einer Geraden.

d) Zeichne farbig den Punkt P an der Stelle  $x = 1,5$  ein. Gib die Koordinaten des Punktes an.



## 02 Wertetabellen und Graphen: Übungsaufgaben

**Aufgabe 1:** Gegeben sind die folgenden Gleichungen unter der Grundmenge  $\mathbb{Q}$ .

a) $y = -0,5x + 3$	b) $y = \frac{1}{4}x + 4$	c) $y = \frac{1}{3}x + 1$	d) $y = \frac{1}{2}x - 0,5$
e) $y = -x - 1$	f) $y = \frac{1}{2}x + 2$	g) $y = -\frac{1}{3}x + 4$	h) $y = -x + 5$
i) $y = \frac{1}{2}x$	j) $y = \frac{1}{6}x - 1$	k) $y = -\frac{1}{8}x + 2,5$	l) $y + 2x = 3$

- 1) Erstelle eine Wertetabelle für die ganzzahligen x-Werte von -2 bis 5.
- 2) Zeichne die Wertepaare jeweils in ein Koordinatensystem und verbinde die Punkte mit Hilfe einer Geraden. (Hinweis: Du kannst unten in jedes Koordinatensystem jeweils drei Geraden zeichnen)
- 3) Lese die Koordinaten des Punktes  $P_{1,5}$  für  $x = 1,5$  vom Graphen ab.

a)  $y = -0,5x + 3$

$P_{1,5}(\quad | \quad)$

<b>x</b>	-2	-1	0	1	2	3	4	5
<b>y</b>								

b)  $y = \frac{1}{4}x + 4$

$P_{1,5}(\quad | \quad)$

<b>x</b>	-2	-1	0	1	2	3	4	5
<b>y</b>								

c)  $y = \frac{1}{3}x + 1$

$P_{1,5}(\quad | \quad)$

<b>x</b>	-2	-1	0	1	2	3	4	5
<b>y</b>								

d)  $y = \frac{1}{2}x - 0,5$

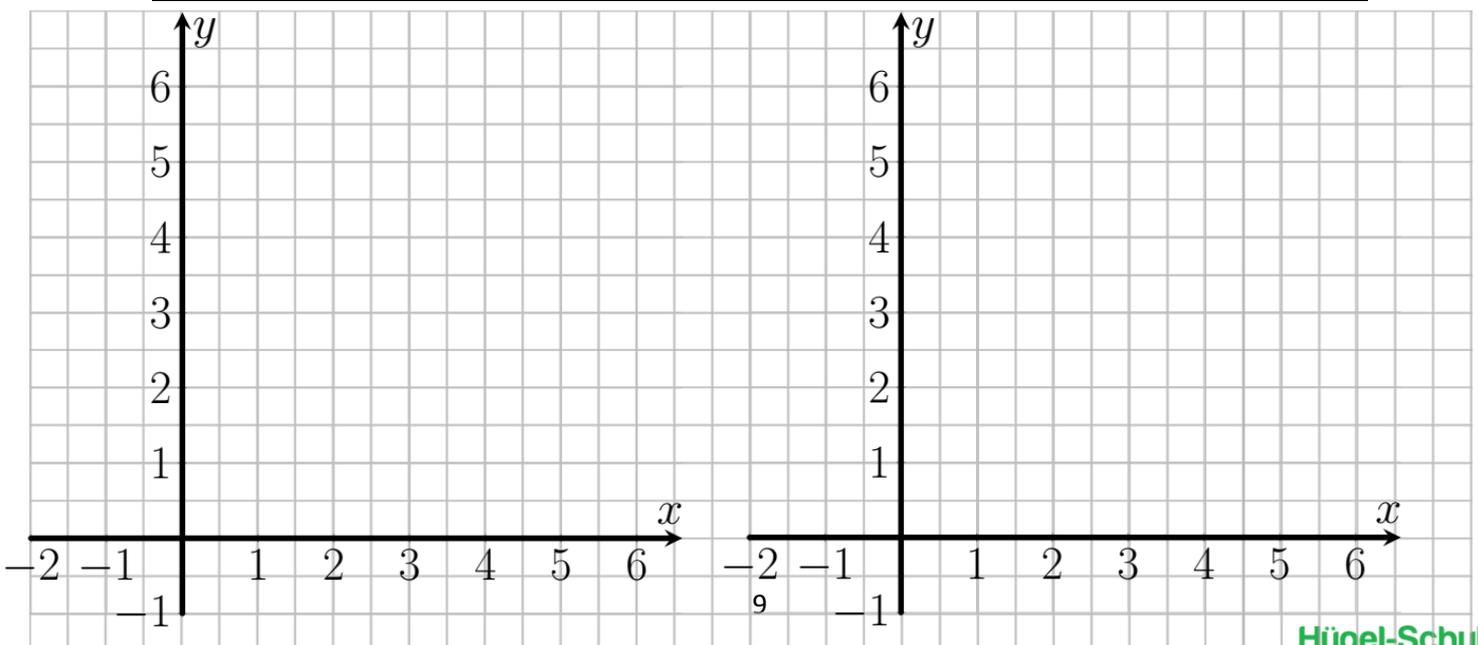
$P_{1,5}(\quad | \quad)$

<b>x</b>	-2	-1	0	1	2	3	4	5
<b>y</b>								

e)  $y = -x - 1$

$P_{1,5}(\quad | \quad)$

<b>x</b>	-2	-1	0	1	2	3	4	5
<b>y</b>								



## 02 Wertetabellen und Graphen: Übungsaufgaben

f)  $y = \frac{1}{2}x + 2$

$P_{1,5}(\quad | \quad)$

<b>x</b>	-2	-1	0	1	2	3	4	5
<b>y</b>								

g)  $y = -\frac{1}{3}x + 4$

$P_{1,5}(\quad | \quad)$

<b>x</b>	-2	-1	0	1	2	3	4	5
<b>y</b>								

h)  $y = -x + 5$

$P_{1,5}(\quad | \quad)$

<b>x</b>	-2	-1	0	1	2	3	4	5
<b>y</b>								

i)  $y = \frac{1}{2}x$

$P_{1,5}(\quad | \quad)$

<b>x</b>	-2	-1	0	1	2	3	4	5
<b>y</b>								

j)  $y = \frac{1}{6}x - 1$

$P_{1,5}(\quad | \quad)$

<b>x</b>	-2	-1	0	1	2	3	4	5
<b>y</b>								

k)  $y = -\frac{1}{8}x + 2,5$

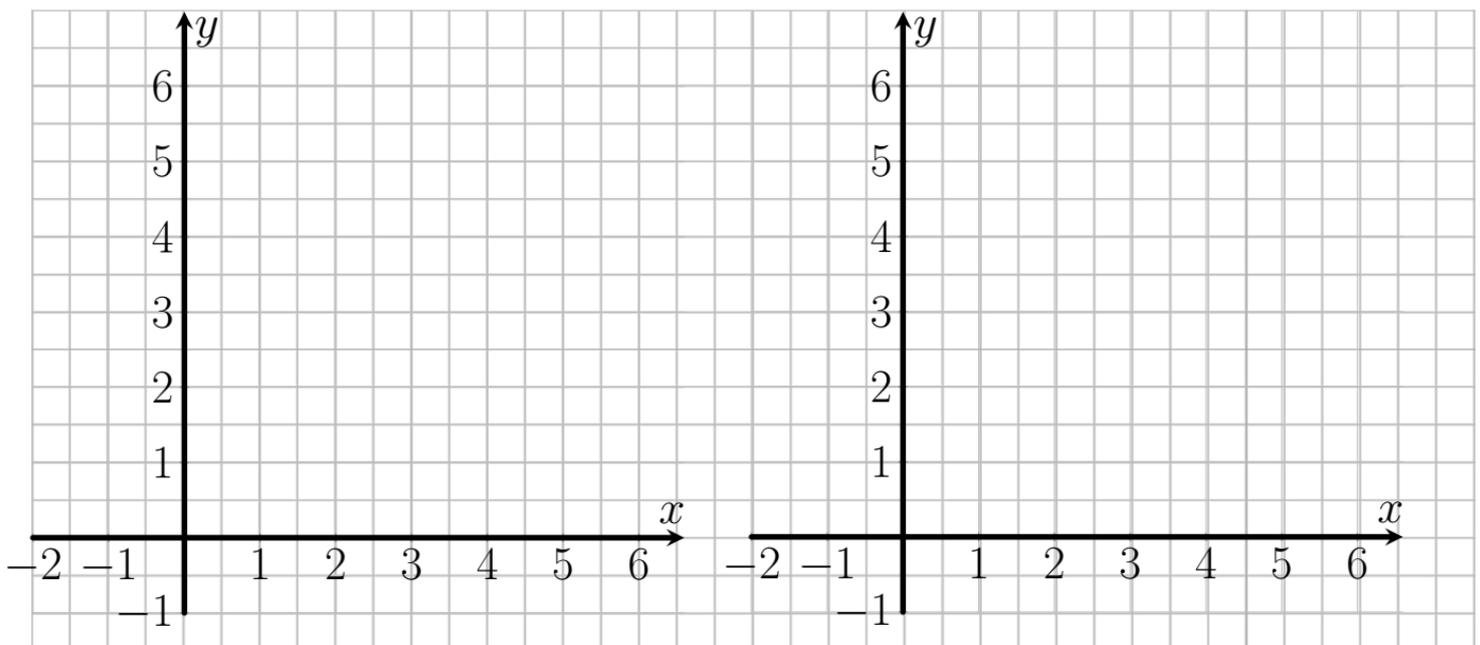
$P_{1,5}(\quad | \quad)$

<b>x</b>	-2	-1	0	1	2	3	4	5
<b>y</b>								

l)  $y + 2x = 3$

$P_{1,5}(\quad | \quad)$

<b>x</b>	-2	-1	0	1	2	3	4	5
<b>y</b>								



## 02 Wertetabellen und Graphen: Übungsaufgaben

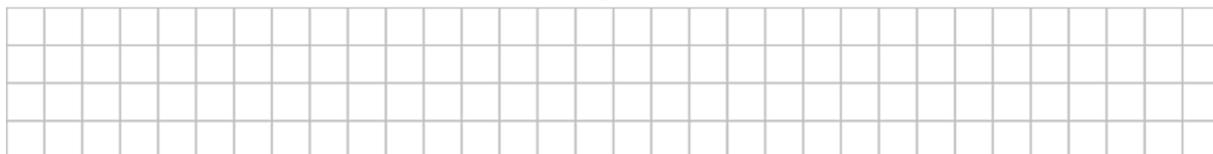
**Aufgabe 2:** Im Folgenden ist eine Wertetabelle gegeben, die zu einer linearen Gleichung zugehörig ist. Entscheide jeweils, ob die folgenden Behauptungen richtig sind. Begründe und gib gegebenenfalls die korrekte Lösung an.

<b>x</b>	<b>-2</b>	<b>-1</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
<b>y</b>	3	2,5	2	1,5	1	0,5	0	-0,5

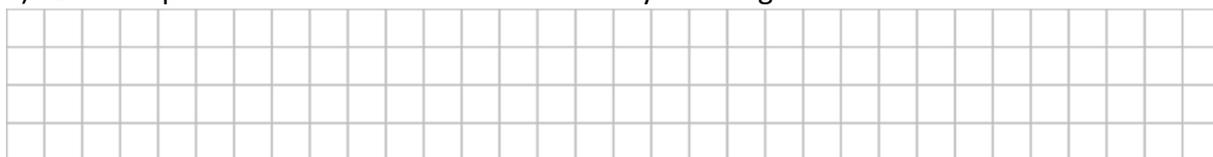
a) Das dritte Wertepaar in der Tabelle kann dem Punkt  $A(2|0)$  im  $x$ - $y$ -Koordinatensystem zugeordnet werden.



b) Die Wertepaare erfüllen alle die Gleichung  $y + 0,5x = 2$ .



c) Die entsprechenden Punkte im Koordinatensystem liegen alle auf einer Geraden.



d) Der zugehörige Punkt  $B(4|0)$  aus der Wertetabelle liegt auf der  $y$ -Achse.



e) Die zugehörige Gerade geht durch den Ursprung.



## 02 Wertetabellen und Graphen: Übungsaufgaben

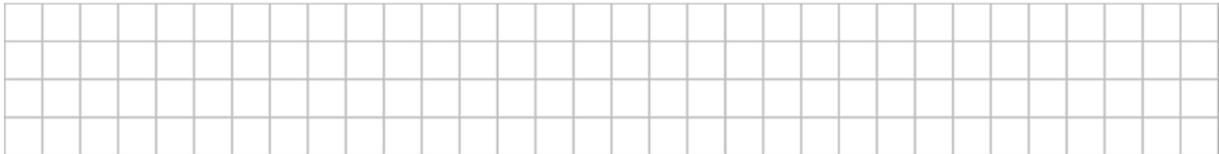
**Aufgabe 3:** Gegeben sind die folgenden Gleichungen unter der Grundmenge  $\mathbb{Q}$ .

a) $-y + 3 = \frac{1}{2}x$	b) $3x + y = 2x$	c) $y + x = -\frac{1}{8}x + 1$	d) $y - 1 = -x - y$
e) $-2y - 1 = \frac{1}{2}x$	f) $3y + x = 2y$	g) $-\frac{1}{2}y - 1 = -\frac{1}{4}x$	h) $-\frac{1}{3}x = \frac{1}{3}y - \frac{1}{3}$

- 1) Erstelle eine Wertetabelle für die ganzzahligen x-Werte von -3 bis 3.  
(Tipp: Es muss zunächst nach y aufgelöst werden.)
- 2) Zeichne die Wertepaare in ein Koordinatensystem und verbinde die Punkte mit Hilfe einer Geraden.
- 3) Lese die Koordinaten des Punktes ab, der auf der y-Achse liegt.
- 4) Lese die Koordinaten des Punktes ab, der auf der x-Achse liegt.

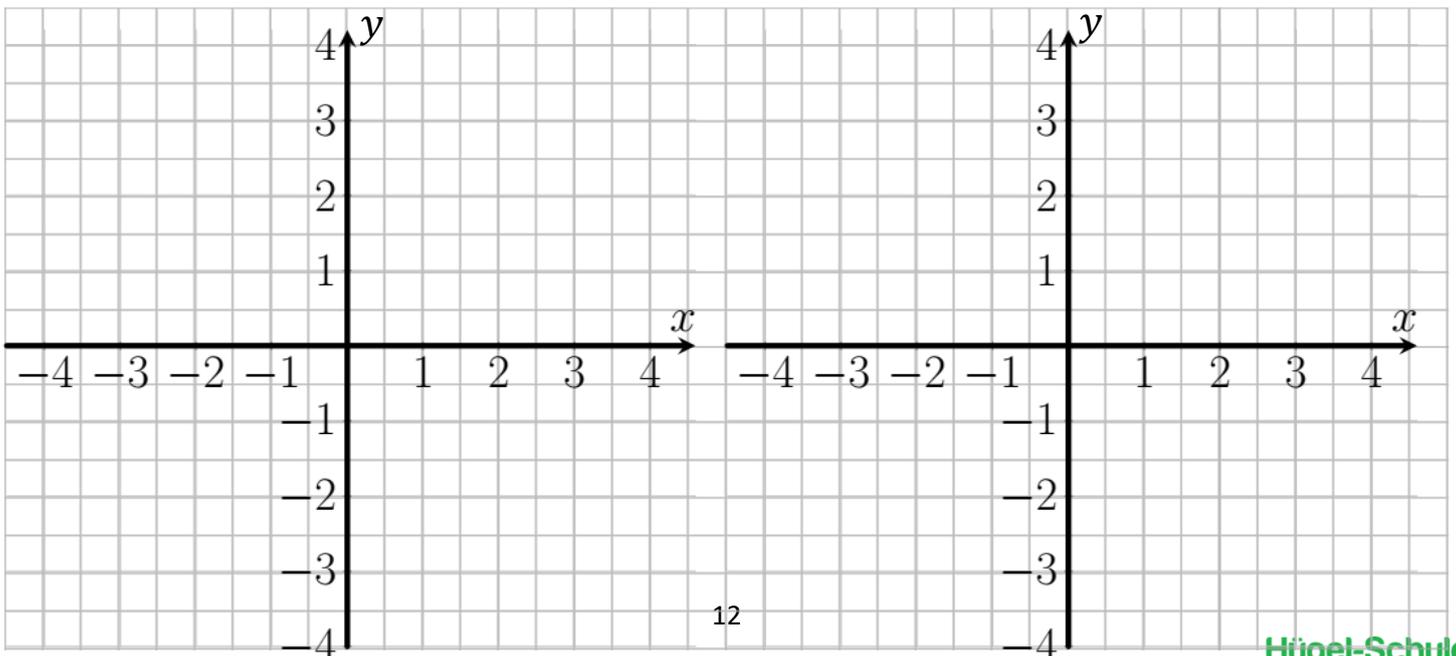
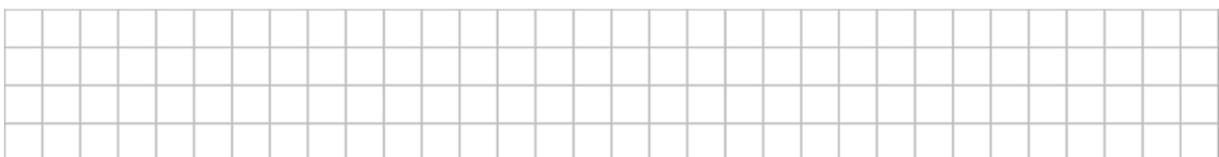
a)  $-y + 3 = \frac{1}{2}x$        $S_y( \quad | \quad )$        $S_x( \quad | \quad )$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							



b)  $3x + y = 2x - 1$        $S_y( \quad | \quad )$        $S_x( \quad | \quad )$

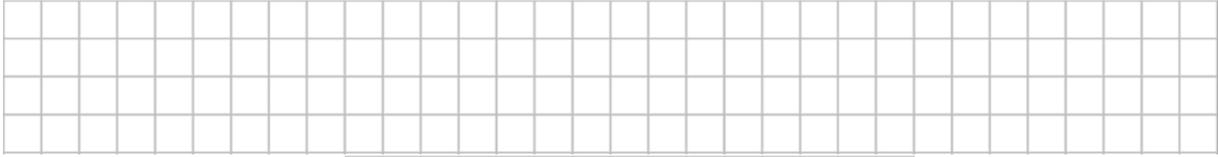
x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							



## 02 Wertetabellen und Graphen: Übungsaufgaben

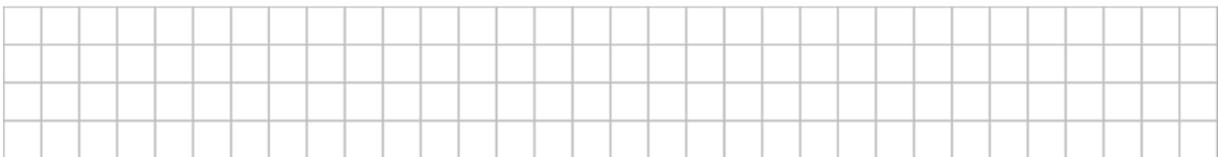
c)  $y + x = -\frac{1}{8}x + 1$       $S_y( \quad | \quad )$       $S_x( \quad | \quad )$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							



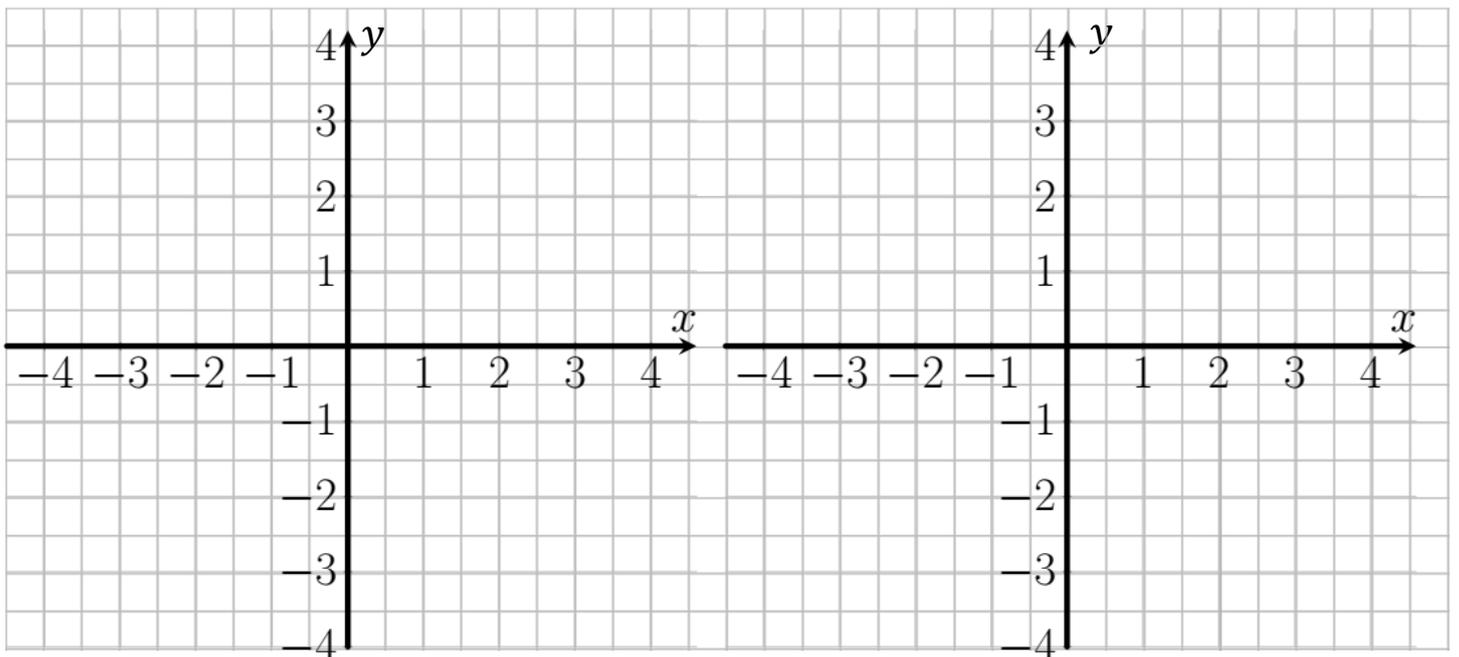
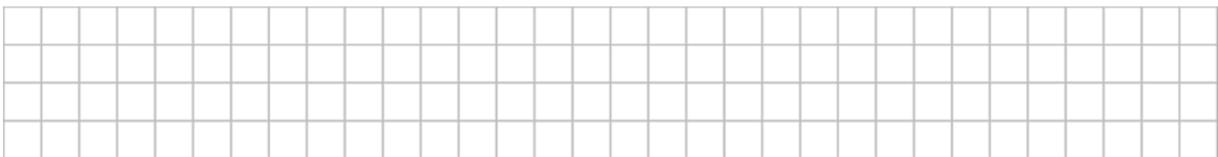
d)  $y - 1 = -x - y$       $S_y( \quad | \quad )$       $S_x( \quad | \quad )$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							



e)  $-2y - 1 = \frac{1}{2}x$       $S_y( \quad | \quad )$       $S_x( \quad | \quad )$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							

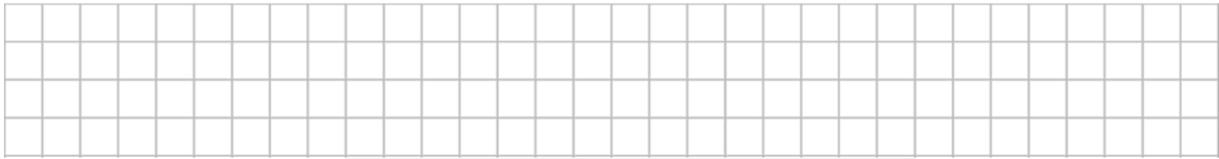


## 02 Wertetabellen und Graphen: Übungsaufgaben

f)  $3y + x = 2y$

$S_y( \quad | \quad )$        $S_x( \quad | \quad )$

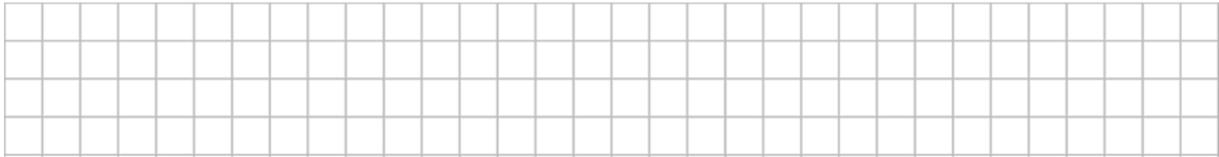
<b>x</b>	<b>-3</b>	<b>-2</b>	<b>-1</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
<b>y</b>							



g)  $-\frac{1}{2}y - 1 = -\frac{1}{4}x$

$S_y( \quad | \quad )$        $S_x( \quad | \quad )$

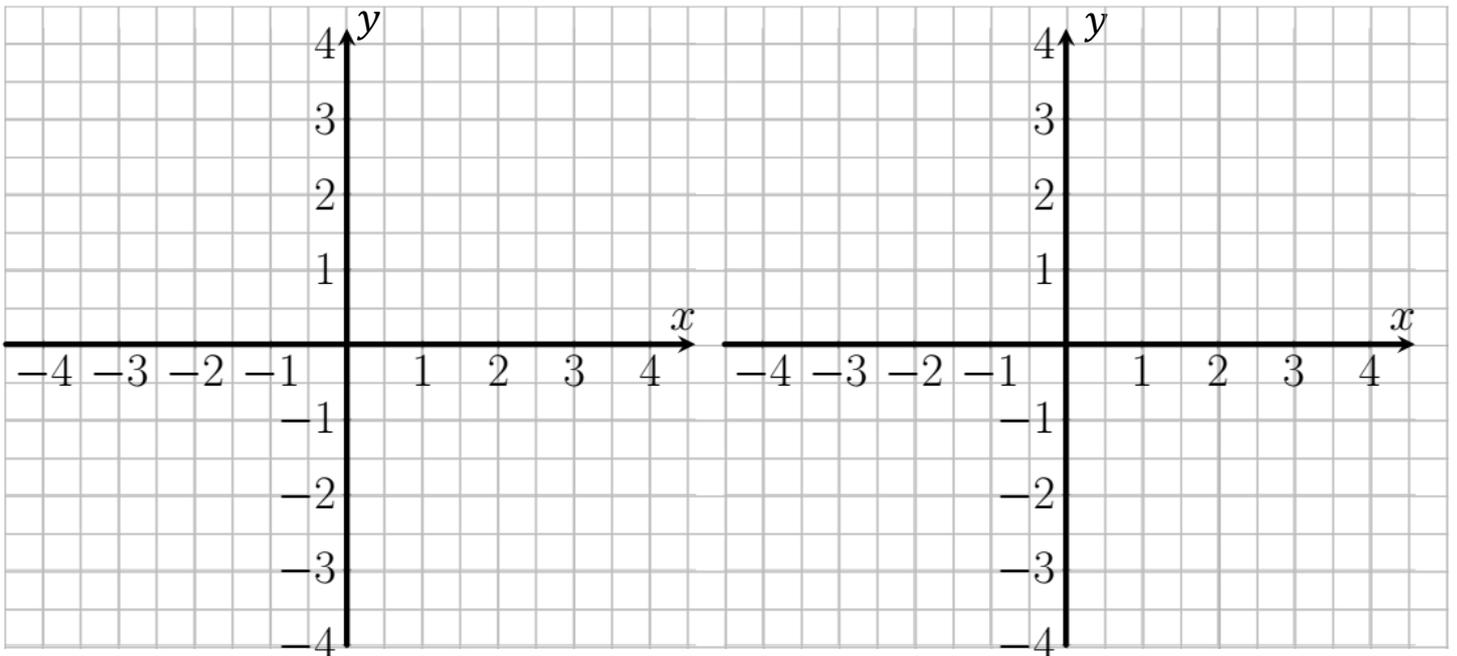
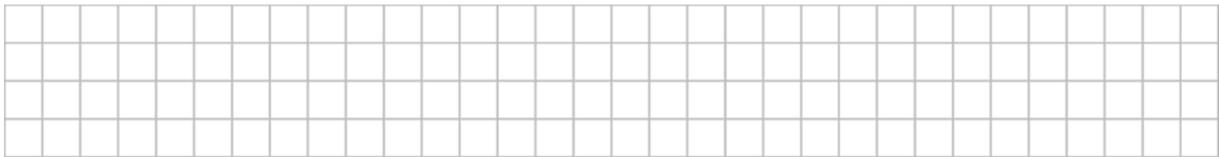
<b>x</b>	<b>-3</b>	<b>-2</b>	<b>-1</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
<b>y</b>							



h)  $-\frac{1}{3}x = \frac{1}{3}y - \frac{1}{3}$

$S_y( \quad | \quad )$        $S_x( \quad | \quad )$

<b>x</b>	<b>-3</b>	<b>-2</b>	<b>-1</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
<b>y</b>							



## 03 Direkt proportionale Größen: Einführung

### Direkt Proportionale Größen



- [Klicke hier oder scanne den QR-Code, um das zugehörige Video anzusehen.](#)
- Karl Friedrich achtet sehr auf seine Gesundheit und trinkt täglich 3 Liter Wasser. Trage die entsprechende Anzahl an getrunkenem Wasser in Litern in die Tabelle unten ein.
- Fülle nun die dritte Zeile der Tabelle aus, indem du das jeweils verbrauchte Wasser durch die Anzahl an Tagen teilst.

<b>vergangene Tage x</b>								
<b>getrunkenes Wasser in Litern y</b>								
<b><math>\frac{\text{verbrauchtes Wasser}}{\text{Anzahl an Tagen}}</math></b>								

- Gib eine Gleichung an, die den Zusammenhang zwischen der Größe x (vergangene Tage) und y (getrunkenes Wasser in Litern insgesamt) angibt.

--

- Vervollständige die folgende Wertetabelle der Größen x und y, die eine proportionale Zuordnung beschreiben.

<b>x</b>	<b>2</b>		<b>6</b>	<b>10</b>
<b>y</b>		12	24	
<b><math>\frac{y}{x}</math></b>				

- Vervollständige den folgenden **Merksatz**.

Wird durch eine bei (0,0) beginnende Zuordnung ein  
beschrieben, dann spricht man von einem

--

**(Hinweis: Der Merksatz taucht auch im Video auf.)**



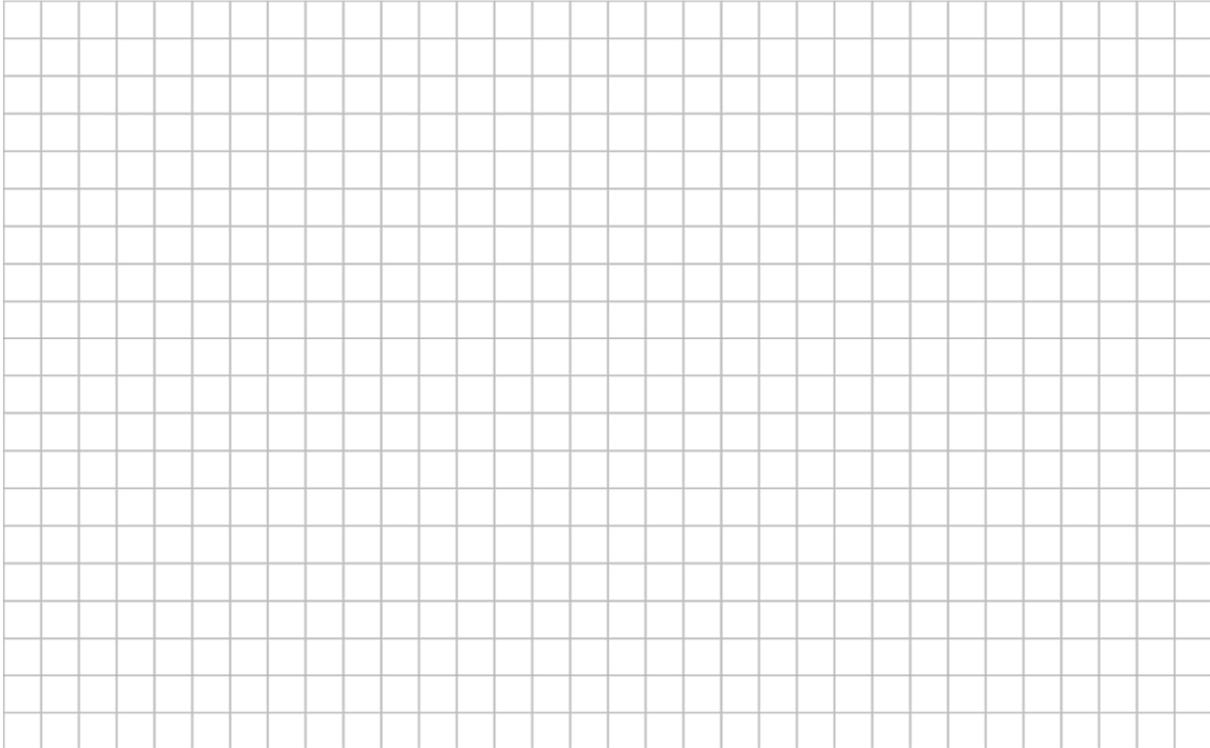






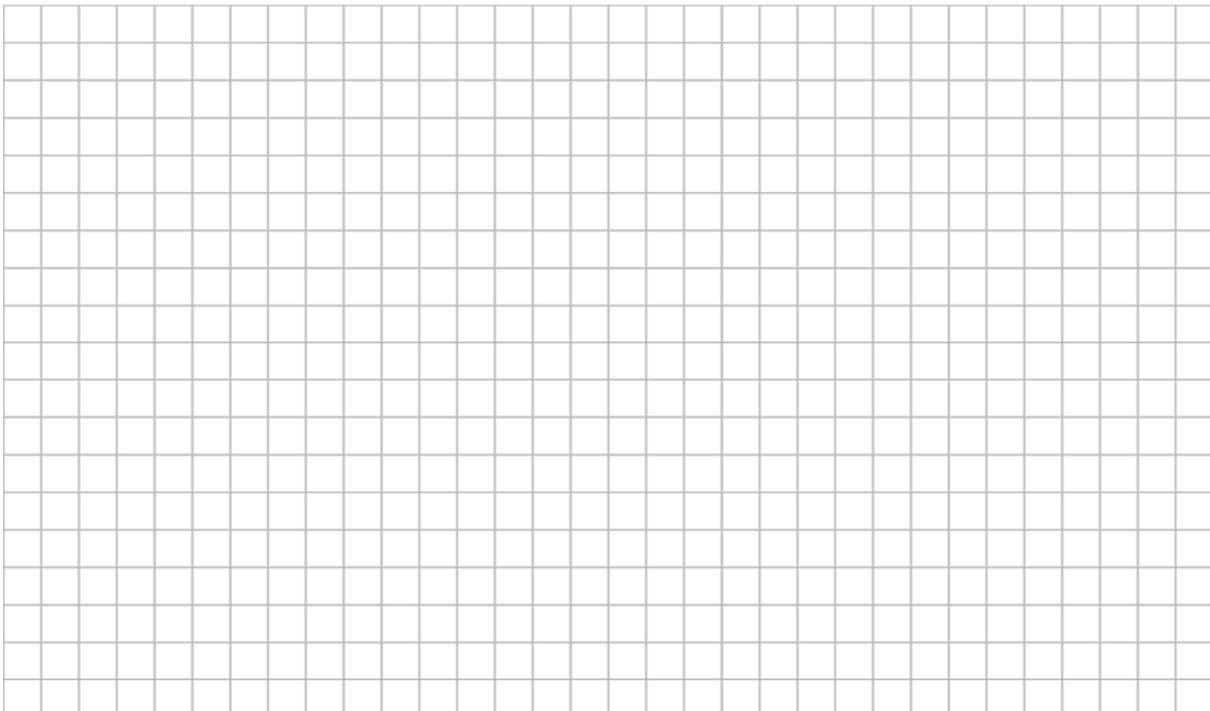
## 03 Direkt proportionale Größen: Übungsaufgaben

- c) Diskutiere in der Klasse, ob so hohe Gehälter für Fußballer gerechtfertigt sind. Notiere dazu deine Argumente (Stichworte: Unterhaltungswert, Reichweite, Managergehälter, soziale Berufe).



**Aufgabe 7:** Die Erde bewegt sich auf einer ellipsenförmigen Bahn um die Sonne. Im Folgenden wird mit  $x$  die vergangene Zeit in Tagen und mit  $y$  der zurückgelegte Weg in  $km$  bezeichnet. Die Erde legt pro  $x = 1$  Tag einen Weg von  $y = 2570000$   $km$  zurück.

- a) Bestimme den Weg, den die Erde in einer Woche, in einem Monat (30 Tage) und in 365 Tagen zurücklegt.



## 03 Direkt proportionale Größen: Übungsaufgaben

- b) Erstelle eine Wertetabelle zu Aufgabe 7a) und überprüfe, ob es sich um einen direkt proportionalen Zusammenhang handelt.


- a) Rechnet man den Wert  $\frac{y}{x}$  aus, dann erhält man die durchschnittliche Geschwindigkeit der Erde in Kilometern pro Tag. Bestimme die durchschnittliche Geschwindigkeit der Erde in Kilometern pro Sekunde.


**Aufgabe 8:** Lässt man sich zu Hause ein Bad ein und dreht den Wasserhahn dabei komplett auf, dann befinden sich nach 3 Minuten etwa 60 Liter Wasser in der Wanne. In folgender Tabelle stehen die  $x$ -Werte für die vergangene Zeit in Minuten und die  $y$ -Werte für die zu diesem Zeitpunkt in der Wanne befindliche Menge Wasser in Litern.

- a) Begründe, dass es sich um einen direkt proportionalen Zusammenhang handeln muss.


$x$ in min	1	2	3
$y$ in l			60
$\frac{y}{x}$			

- b) Vervollständige die Tabelle.  
 c) Bestimme die Zeit, die benötigt wird, um eine Wanne mit 150 Litern zu füllen (das ist in etwa eine volle Badewanne).




# 04 Der Funktionsbegriff: Einführung

## Der Funktionsbegriff



1. [Klicke hier oder scanne den QR-Code, um das zugehörige Video anzusehen.](#)

2. Notiere dir folgende Definitionen:

Funktionsvorschrift:


Funktionsgleichung:


Definitionsmenge:  $D$

Wertemenge:  $W$

3. Carl Friedrich achtet sehr auf seine Gesundheit und trinkt täglich 3 Liter Wasser.

a) Trage die entsprechende Anzahl an getrunkenem Wasser in Litern in die Tabelle unten ein.

vergangene Tage $x$	1	2	3	4	7	14
getrunkenes Wasser in Litern $y$						

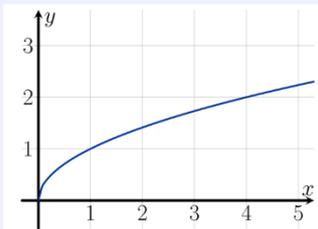
b) Gib eine Funktionsvorschrift an, wenn  $x$  die Anzahl an vergangenen Tagen und  $y$  das dabei insgesamt getrunkene Wasser beschreibt. (vgl. Video)


c) Betrachtet wird im Folgenden ein Zeitraum von 14 Tagen. Gib die Definitionsmenge an.

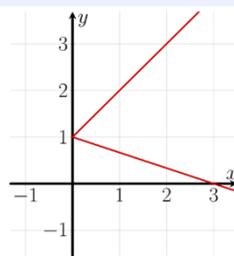

d) Betrachtet wird ein Zeitraum von 14 Tagen. Gib die Wertemenge an.


3. Wähle die Graphen aus, bei denen es sich um Graphen von Funktionen handelt.

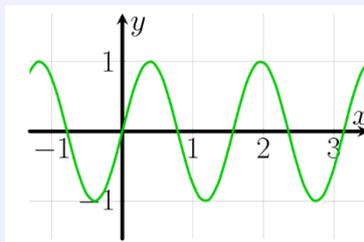
a)



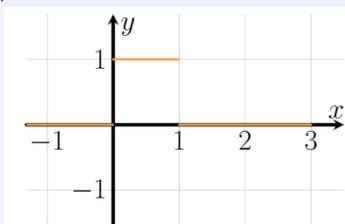
b)



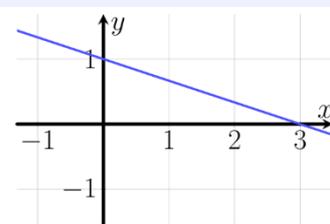
c)



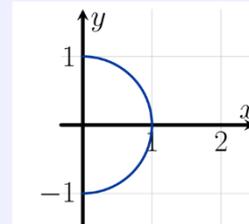
d)



e)



f)



## 04 Der Funktionsbegriff: Übungsaufgaben

**Aufgabe 1:** Familie Friedrich fährt mit dem Zug in den Urlaub. Nach einer Stunde Fahrt mit konstanter Geschwindigkeit hat der Zug 110 Kilometer zurückgelegt. Er fährt noch 3 Stunden mit gleichbleibender Geschwindigkeit weiter. Danach drosselt er seine Geschwindigkeit, da er in einen Bahnhof einfährt.



a) Erstelle eine Wertetabelle für die ersten 4 Stunden, wobei  $x$  die Zeit in Stunden und  $y$  den Weg in Kilometern beschreibt.


b) Begründe, dass es sich um einen funktionalen Zusammenhang handelt.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

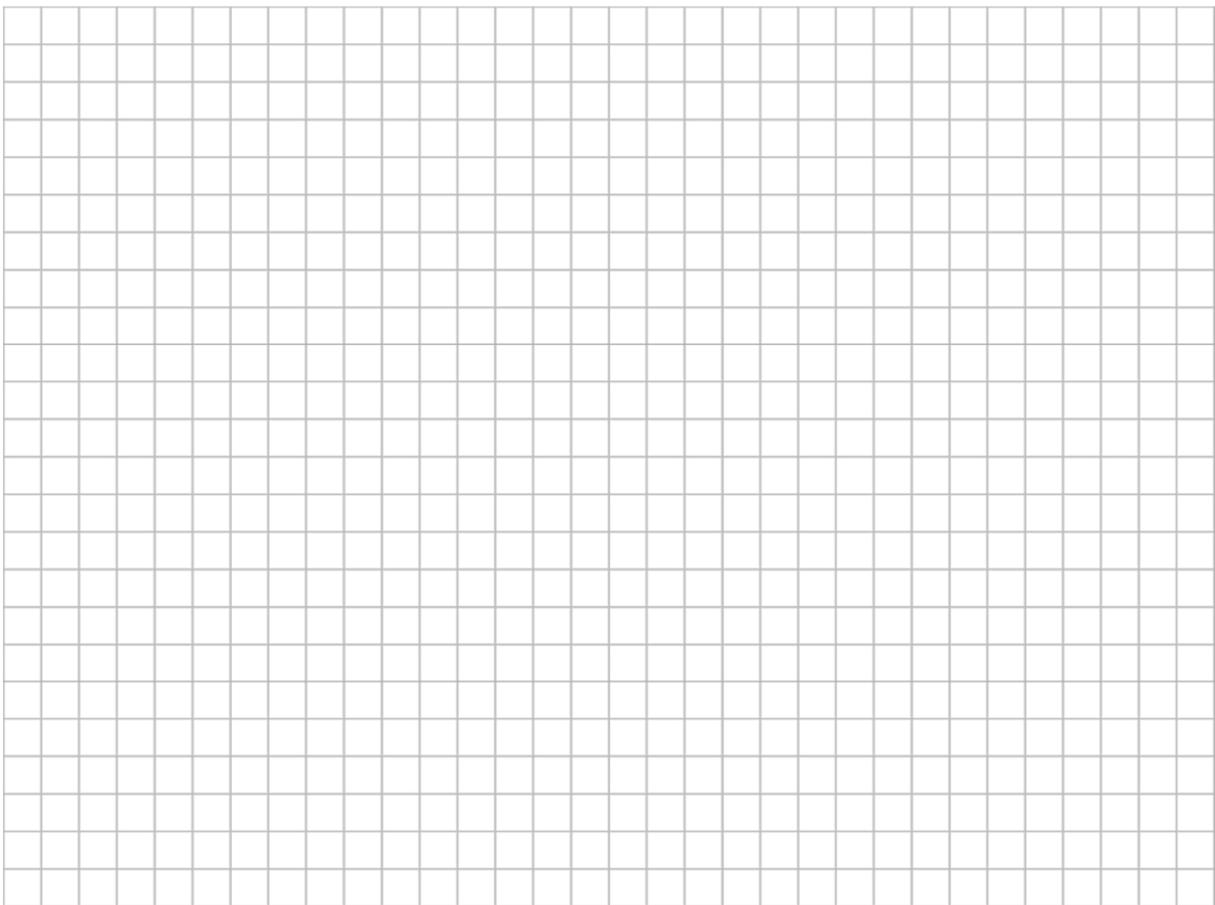
c) Gib eine Funktionsvorschrift und eine Funktionsgleichung an.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

d) Gib eine sinnvolle Definitions- und Wertemenge an.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

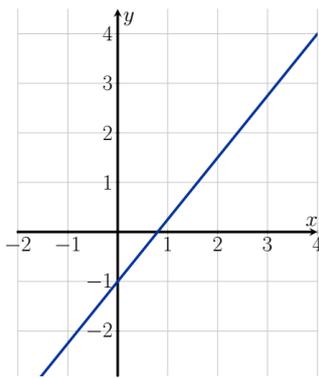
e) Zeichne den Graphen der Funktion.



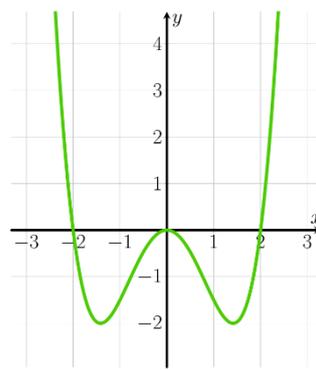
## 04 Der Funktionsbegriff: Übungsaufgaben

**Aufgabe 2:** Entscheide jeweils, ob es sich um den Graphen einer Funktion handelt.

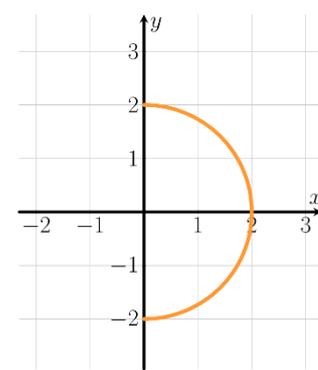
a)



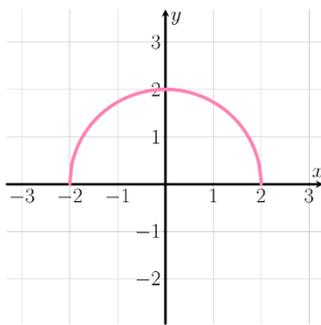
b)



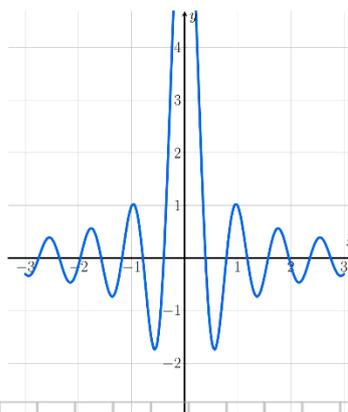
c)



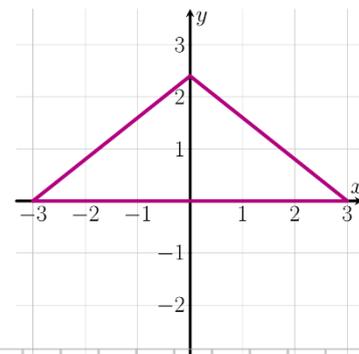
d)



e)



f)



**Aufgabe 3:** Gegeben ist jeweils ein Zusammenhang zwischen den Werten  $x$  und  $y$ . Entscheide begründet, ob es sich um einen funktionalen Zusammenhang handelt und gib gegebenenfalls eine entsprechende Funktionsvorschrift an.

a)	b)	c)	d)	e) ( $x \neq 0$ )	f)	g)
$y = 3x$	$y = 2x + 1$	$y = x^2$	$y^2 = x$	$y = \frac{1}{x}$	$y^2 = x^2$	$y - 2 = \frac{1}{2}x$

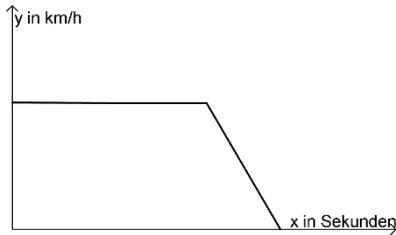


## 04 Der Funktionsbegriff: Übungsaufgaben

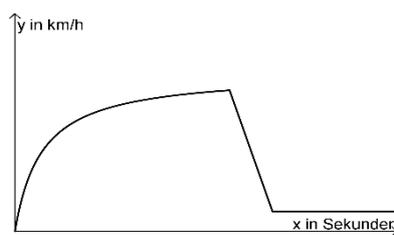
**Aufgabe 4:** Bei einem Fallschirmsprung nimmt die Geschwindigkeit des Springers zunächst sehr schnell und dann langsamer zu. Auf Grund der Luftreibung, findet ab einer Geschwindigkeit von etwa  $180 \frac{km}{h}$  keine Zunahme mehr statt. Nach dem Öffnen des Fallschirms nimmt die Geschwindigkeit rapide ab und der Fallschirmspringer gleitet mit konstanter Geschwindigkeit zu Boden.

Gib an, welcher Graph den Verlauf eines Fallschirmsprungs am besten beschreibt und überlege dir Beispiele, die den Verlauf der anderen Graphen beschreiben könnten.

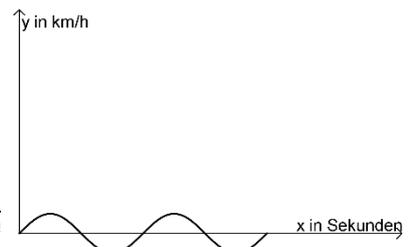
1



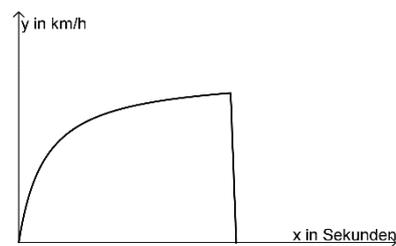
2



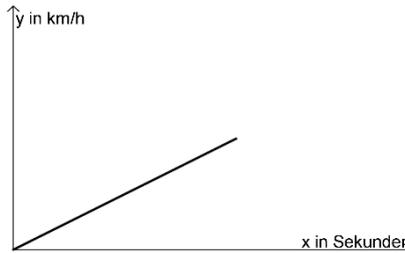
3



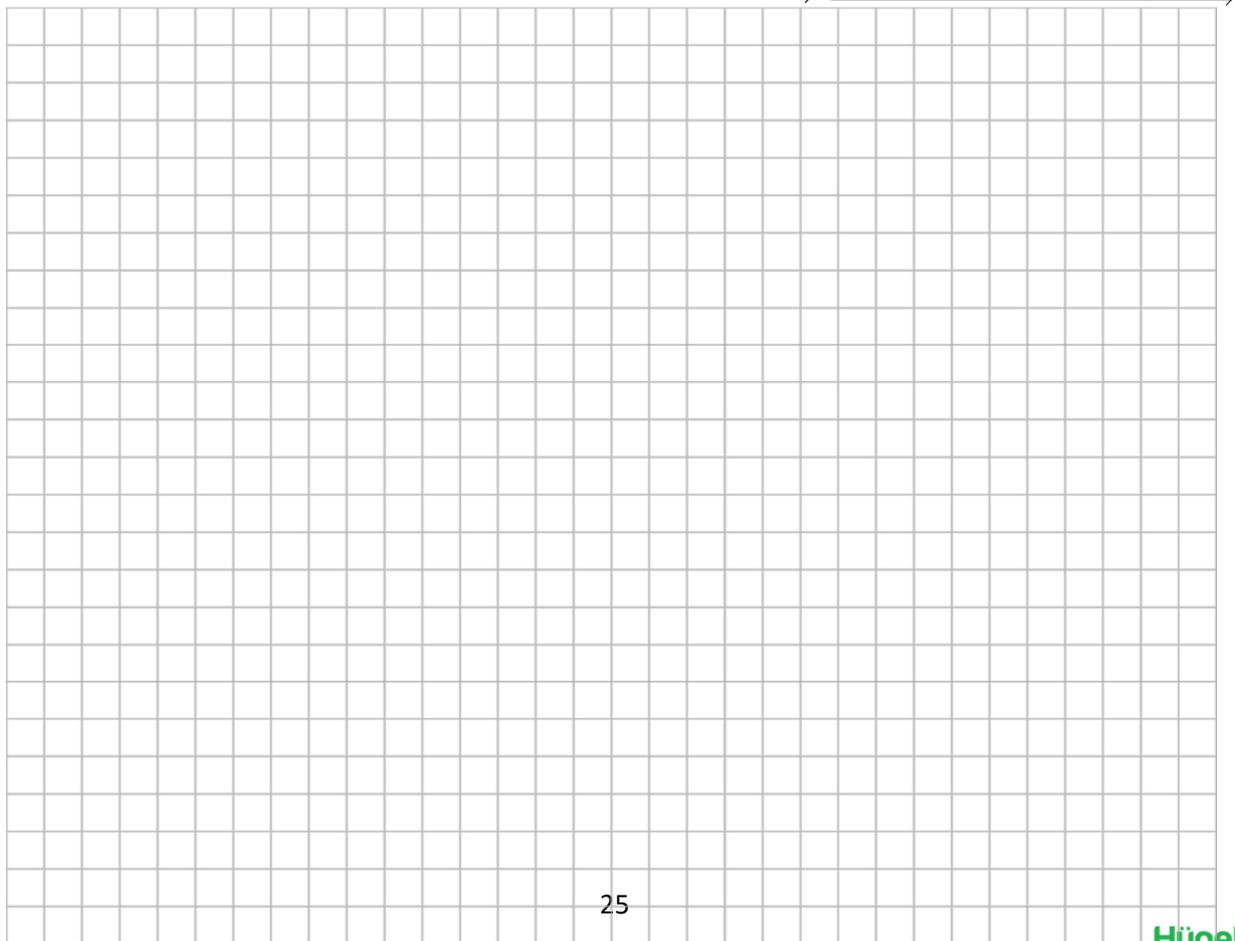
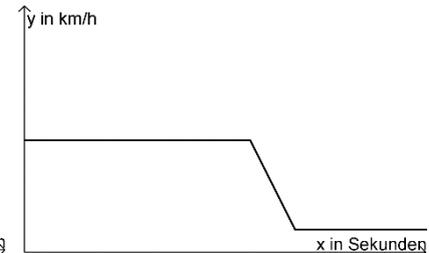
4



5



6

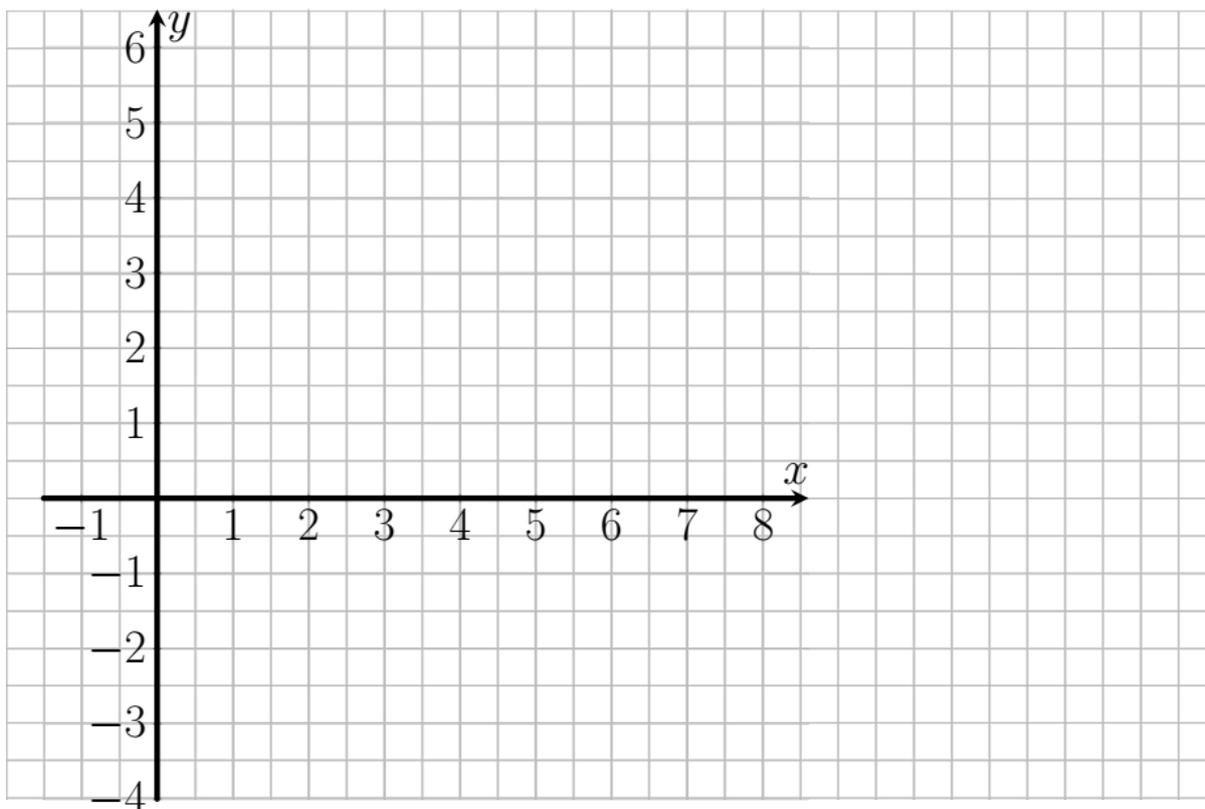


## 04 Der Funktionsbegriff: Übungsaufgaben

**Aufgabe 5:** Gegeben sind die Funktionen  $f$  und  $g$  mit  $f(x) = x - 2$  und  $g(x) = -\frac{1}{2}x + 4$  mit maximalem Definitionsbereich. Die Graphen der Funktionen werden als  $G_f$  und  $G_g$  bezeichnet.

- a) Erstelle eine Wertetabelle der Funktionen mit den ganzzahligen  $x$ -Werten von  $-1$  bis 8.


- b) Zeichne die Graphen  $G_f$  und  $G_g$  der Funktionen  $f$  und  $g$  in das Koordinatensystem.



- c) Gib den Punkt an, an dem sich die beiden Graphen  $G_f$  und  $G_g$  schneiden.


- d) Gib die Koordinaten der Punkte an, an denen die Graphen  $G_f$  und  $G_g$  die  $x$ -Achse schneiden.




## 04 Der Funktionsbegriff: Übungsaufgaben

e) Verwende im Folgenden ein dynamisches Geometrie-System (DGS):

- (1) Lasse die zwei Graphen der Funktionen  $f$  und  $g$  zeichnen.
- (2) Markiere die Schnittpunkte der Graphen mit den Koordinatenachsen.
- (3) Analysiere, welche Aussage über die  $x$ -Koordinate beim Schnittpunkt von Graphen mit der  $y$ -Achse gemacht werden kann. Formuliere einen entsprechenden Merksatz. (Hinweis: Betrachte die Koordinaten dazu.)

- (4) Analysiere, welche Aussage über die  $y$ -Koordinate beim Schnittpunkt von Graphen mit der  $x$ -Achse gemacht werden kann. Formuliere einen entsprechenden Merksatz. (Hinweis: Betrachte die Koordinaten dazu.)

**Aufgabe 6:** Gegeben sind im Folgenden Funktionsgleichungen von Funktionen mit maximalem Definitionsbereich.

$$f_1: y = 2x + 1 \quad f_2: y = 0,5x \quad f_3: y = -\frac{1}{3}x + 4$$

a) Setze jeweils  $x = 0$  in die Funktionsgleichungen ein und berechne den entsprechenden  $y$ -Wert.

b) Setze jeweils für  $y$  den Wert 0 in die Funktionsgleichungen ein und berechne den entsprechenden  $x$ -Wert.

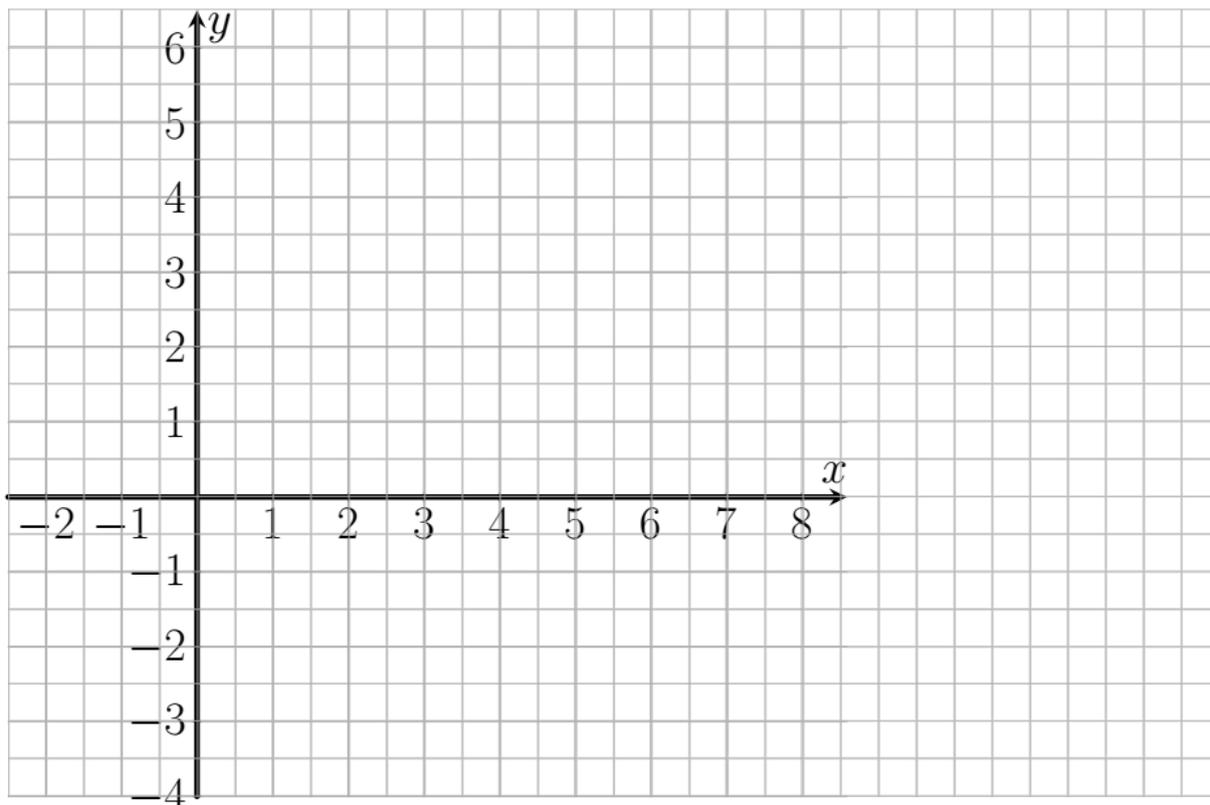


## 04 Der Funktionsbegriff: Übungsaufgaben

c) Erstelle für alle Funktionen eine Wertetabelle mit ganzzahligen  $x$ -Werten von -2 bis 4.

$x$							
$f_1(x)$							
$f_2(x)$							
$f_3(x)$							

d) Zeichne die Graphen  $G_{f_1}$ ,  $G_{f_2}$  und  $G_{f_3}$  der Funktionen  $f_1$ ,  $f_2$  und  $f_3$  ein.



e) Gib die Koordinaten der Schnittpunkte der Graphen der Funktionen mit den Koordinatenachsen an.


f) Vergleiche nun alle Ergebnisse aus Aufgabe a), b) und e). Erkläre, welche Zusammenhänge du entdeckst.

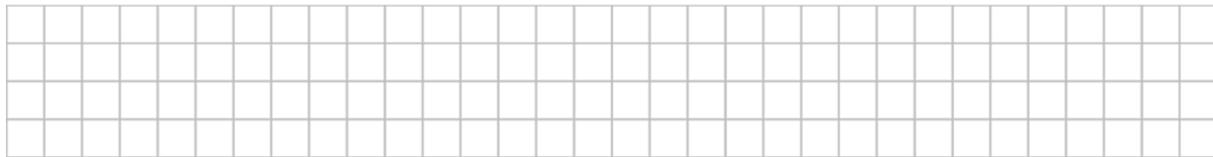



# 04 Der Funktionsbegriff: Übungsaufgaben

**Aufgabe 7:** Gegeben sind im Folgenden Funktionsgleichungen von Funktionen mit maximalem Definitionsbereich.

$$f_1: y = 2x + 1 \qquad f_2: y = 0,5x \qquad f_3: y = -\frac{1}{3}x + 4$$

- a) Lasse die Graphen der Funktionen mit Hilfe einer DGS zeichnen und überprüfe deine Ergebnisse aus Aufgabe 6.
- b) Lese die Schnittpunkte von  $G_{f_1}$ ,  $G_{f_2}$  und  $G_{f_3}$  jeweils untereinander ab und gib diese an.

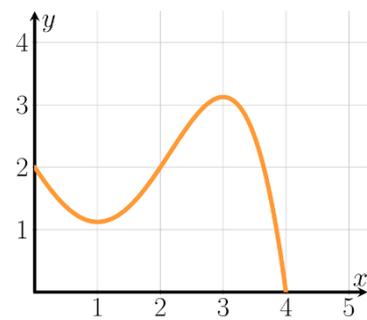


- c) Gib jeweils einen Punkt an, der über und einen der unter allen Funktionsgraphen liegt.



**Aufgabe 8:** Familie Friedrich geht gerne wandern. Der folgende Graph beschreibt modellhaft für  $0 \leq x \leq 4$  das Profil des Geländequerschnitts. Die zugehörige Funktion  $f$  hat die Funktionsgleichung  $f(x) = -\frac{1}{8}x^4 + \frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{2}x + 2$ .

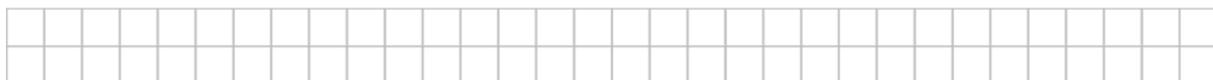
Die positive x-Achse weist nach Osten und  $f(x)$  gibt die Höhe über dem Meeresspiegel an (eine Längeneinheit entspricht 100 Meter).



- a) Zeichne den Graphen der Funktion mit Hilfe einer DGS.
- b) Gib mit Hilfe des Graphen an, auf welcher Höhe sich Familie Friedrich zu Beginn der Wanderung befindet.



- c) Lese mit Hilfe der DGS die Koordinaten des höchsten Punktes des Graphen möglichst genau ab und gib diese an.



- d) Folgere aus b), wie weit sich die Familie über dem Meeresspiegel an diesem Punkt befindet und gib die entsprechende Höhe an.

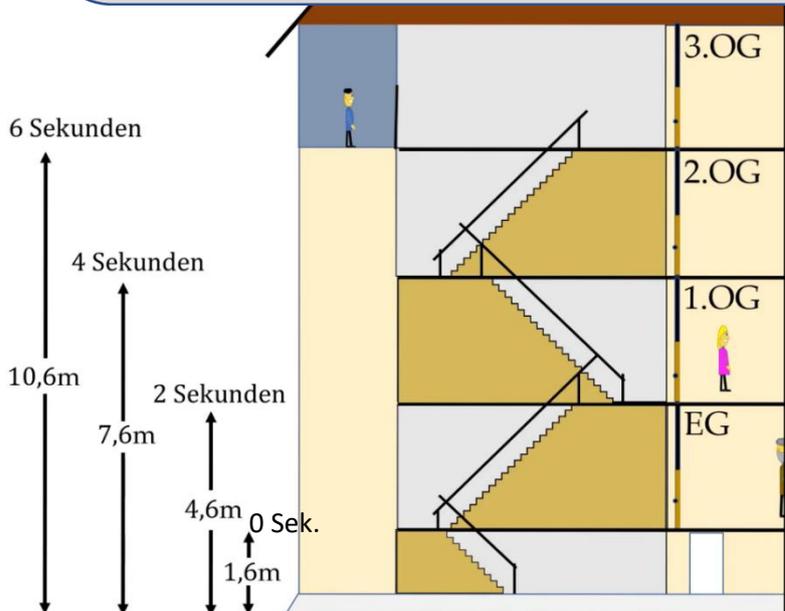


# 05 Die allgemeine Geradengleichung: Einführung



Hallo! Ich bin Carl Friedrich und ich bin an vielen Dingen des Alltags interessiert. Ich stelle mir immer wieder Fragen, um mein Wissen über die Welt zu verbessern. Deine Mathelehrkraft hat mir erzählt, dass du mir bei Fragestellungen zur Mathematik helfen kannst. Das freut mich natürlich sehr! Vielen Dank!

Heute möchte ich gerne wissen, wie schnell der Aufzug in meinem Wohnhaus ungefähr fährt. Der Aufzug hat eine konstante Geschwindigkeit. Um die Messgenauigkeit zu verbessern, bin ich in verschiedenen hohe Stockwerke gefahren und habe die Zeit gemessen, die der Aufzug für die Fahrt benötigt.



1. Im Folgenden soll ein Zusammenhang zwischen der vergangenen Zeit und der dazugehörigen Höhe geschaffen werden.

a) Erstelle eine Wertetabelle, um die Situation übersichtlich darzustellen. Stelle durch  $x$  die Fahrzeit in Sekunden und durch  $y$  die Höhe in Metern dar.

$x$ in Sekunden				
$y$ in Metern				



**Hilfe:**  
[Sieh dir das Erklärvideo zu möglichen Lösungswegen an.](#)

zu b)  $\Delta y =$    $\Delta y =$    $\Delta y =$

Vergleiche deine Ergebnisse mit deinem Banknachbarn.  
 Arbeitet im Folgenden in Partnerarbeit, um euch zu unterstützen.

b) Nach jeweils 2 Sekunden nimmt die Höhe um einen bestimmten Wert zu. Diesen kannst du oben durch  $\Delta y$  ausdrücken.

- Schreibe oben die korrekten Werte rein.

Da es sich um eine **konstante Zunahme** handelt nennt man den Zusammenhang zwischen  $x$  und  $y$  **linear**. Um einen Funktionsterm angeben zu können, müssen wir die **Zunahme** der Höhe ( $y$ -Werte) **nach jeweils 1s** betrachten. Dieser Wert beträgt

$m =$ 

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

 ( $m$  nennt man die Steigung)

Im Weiteren muss die Höhe zum Startzeitpunkt betrachtet werden. Diese beträgt

$t =$ 

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

 ( $t$  nennt man den  $y$ -Achsenabschnitt)

# 05 Die allgemeine Geradengleichung: Einführung



**Merke:** Allgemein kann man **lineare funktionale Zusammenhänge** durch die **allgemeine Geradengleichung** darstellen. Diese lautet  $y = m \cdot x + t$  bzw.  $f(x) = m \cdot x + t$ .

2. Gib die Funktionsgleichung zur Funktion  $f$  aus Aufgabe 1 an.

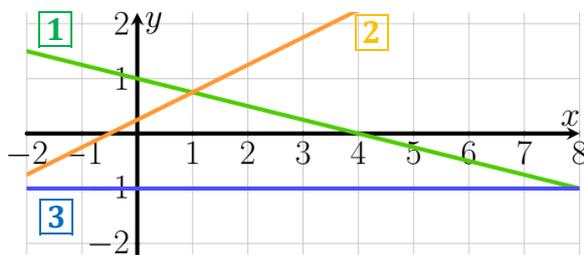
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

3. Zeichne den zugehörigen Graphen der Funktion  $f$  aus Aufgabe 2 in ein Koordinatensystem. Markiere den Punkt  $P(0|t)$ .

4. Erkläre Carl Friedrich nun wie schnell der Aufzug in seinem Wohnhaus fährt. Erläutere woran du den Wert erkennst.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

5. Gegeben sind im Folgenden drei Graphen linearer Funktionen.



a) Wähle den Graphen aus, dessen Funktion die Steigung 0 hat.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

b) Wähle den Graphen aus, dessen Funktion den y-Achsenabschnitt  $t = 1$  hat.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

c) Wähle den Graphen aus, dessen Funktion den y-Achsenabschnitt  $t = 0,25$  hat.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

d) Wähle den Graphen aus, dessen Funktion die Steigung  $\frac{1}{2}$  hat.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

# 05 Die allgemeine Geradengleichung: Übungsaufgaben

**Aufgabe 1:** Gegeben sind die folgenden Funktionen  $f$ ,  $g$ ,  $h$  und  $i$  mit den Funktionsgleichungen

$$f(x) = 2x + 3, g(x) = -2x + 5, h(x) = \frac{1}{2}x + \frac{1}{3} \text{ und } i(x) = -x + \frac{9}{2}.$$

a) Gib jeweils den Steigungswert  $m$  und den  $y$ -Achsenabschnitt  $t$  an.


b) Erstelle für alle gegebenen Funktionen eine Wertetabelle mit den  $x$ -Werten  $-1, 0, 1, 2, 3, 4$  und  $5$ .

$x$									
$f(x)$									
$g(x)$									
$h(x)$									
$i(x)$									

**Aufgabe 2:** Gegeben ist im Folgenden der Steigungswert  $m$  und der  $y$ -Achsenabschnitt  $t$  einer linearen Funktion  $f$ . Gib die zugehörige Funktionsgleichung und Funktionsvorschrift an.

a)  $m = 2; t = 3;$     b)  $m = 0,5; t = -1;$     c)  $m = 1; t = 1;$     d)  $m = -1; t = -\frac{1}{2};$

e)  $m = -\frac{1}{4}; t = 0;$     f)  $m = -0,5; t = 0;$     g)  $m = 0; t = 4;$     h)  $m = 0; t = 0;$

i) Überlege dir zwei Werte für  $m$  und  $t$  und lasse deinen Banknachbarn dazu die Aufgabenstellung lösen.




## 05 Die allgemeine Geradengleichung: Übungsaufgaben

**Aufgabe 3:** Gegeben ist die vorliegende Wertetabelle einer Funktion  $f$ .

x	0	1	2	3	4
y	3	3,5	4	4,5	5

a) Gib an, um welchen Wert die y-Werte jeweils zum nächsten x-Wert hin zunehmen.


b) Gib den y-Achsenabschnitt der Funktion an.


c) Gib die zugehörige Funktionsgleichung und Funktionsvorschrift an.

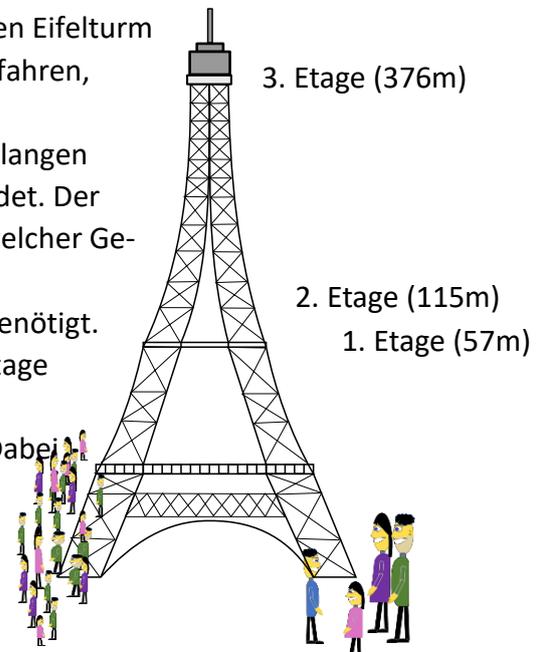

**Aufgabe 4:** Familie Friedrich macht Urlaub in Paris und möchte den Eiffelturm besichtigen. Dieser hat neben den Aufzügen, die vom Boden aus fahren, auch einen Aufzug, der von der 1. Etage in die 3. Etage fährt.

Es ist bekannt, dass die Aufzüge in der 1. Etage nur sehr kurze Schlangen haben, weshalb sich Familie Friedrich für diese Variante entscheidet. Der schlaue Karl Friedrich möchte näherungsweise bestimmen, mit welcher Geschwindigkeit der Aufzug die Familie nach oben fährt.

Dafür misst er die Zeit, die der Aufzug zu den jeweiligen Etagen benötigt. Von der 1. Etage aus benötigt der Aufzug 30,5 Sekunden zur 2. Etage und 168 Sekunden zur 3. Etage.

a) Erstelle eine Wertetabelle mit den jeweiligen Wertepaaren. Dabei soll x die gemessene Zeit in Sekunden beschreiben und y die aktuelle Höhe in Metern angeben.

x	y	x	y



b) Bestimme den Funktionsterm einer zugehörigen linearen Funktion  $f$ , durch die diese Zuordnung beschrieben wird. Gehe dabei von einer durchgehend konstanten Geschwindigkeit des Aufzugs aus.


c) Gib die Geschwindigkeit des Aufzugs in  $\frac{m}{s}$  und in  $\frac{km}{h}$  an.


# 06 Steigungsdreieck, y-Achsenabschnitt: Einführung

## Steigungsdreieck, y-Achsenabschnitt und das Zeichnen von Geraden

1. [Klicke hier oder scanne den QR-Code, um das zugehörige Video anzusehen.](#)



2. Wir betrachten im Folgenden die Funktion  $f$  mit  $f(x) = 1,5x + 1,6$  und maximalem Definitionsbereich.

a) Fülle die folgende Wertetabelle zur Funktion  $f$  aus.

zu d) und e):  $\Delta x = 1$     $\Delta x = 1$     $\Delta x = 4$

x	0	1	2	3	4	5	6
y							

zu d) und e):  $\Delta y = ?$     $\Delta y = ?$     $\Delta y = ?$

b) Mit  $G_f$  wird der Graph der Funktion  $f$  beschrieben. Zeichne  $G_f$  in das nebenstehende Koordinatensystem ein.

[Hilfe dazu gibt es hier:](#)



c) Gib den Wert des y-Achsenabschnitts  $t$  an und markiere die Stelle auf der y-Achse, die von  $G_f$  geschnitten wird.

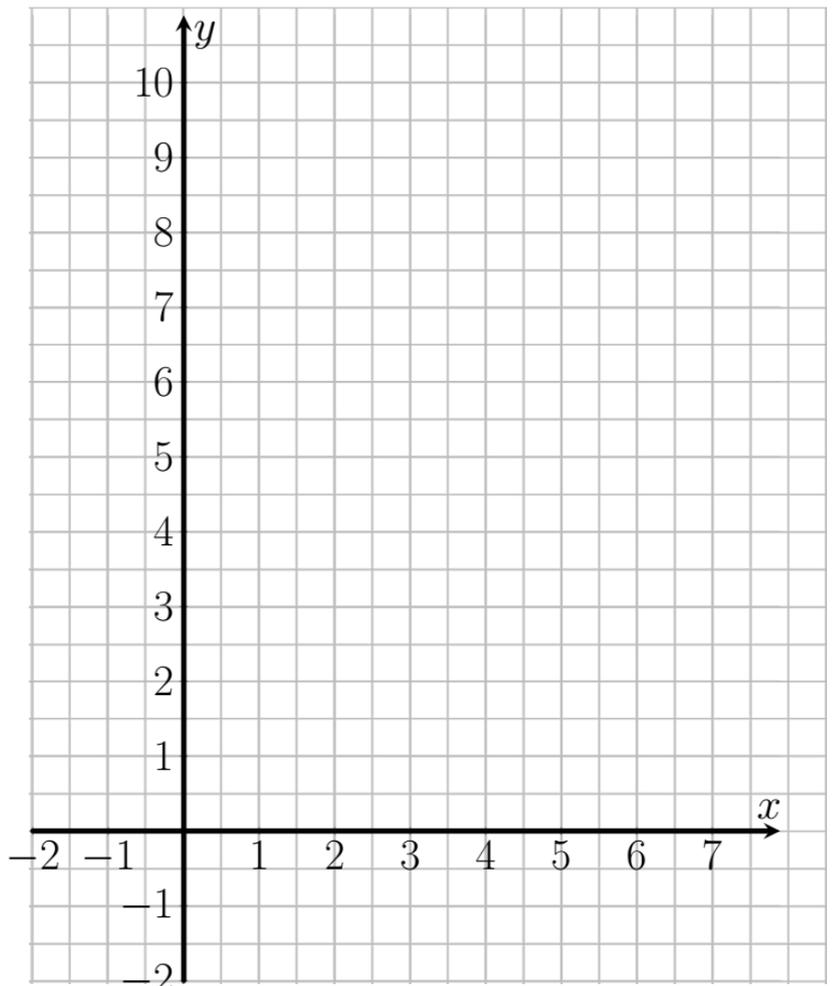
$t =$

d) Gib an, um wie viel sich der y-Wert ändert, wenn sich der x-Wert, um genau +1 ändert.

Für  $\Delta x = 1$  folgt  $\Delta y =$

e) Die Steigung kann allgemein durch die Formel  $m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$  angegeben werden. Ergänze die folgenden Ausdrücke und **zeichne  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  und damit das entsprechende Steigungsdreieck** in das nebenstehende Koordinatensystem ein.

$$m = \frac{\begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline \end{array}}{4} = \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline \end{array} \rightarrow \Delta x = \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline \end{array}; \Delta y = \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline \end{array};$$

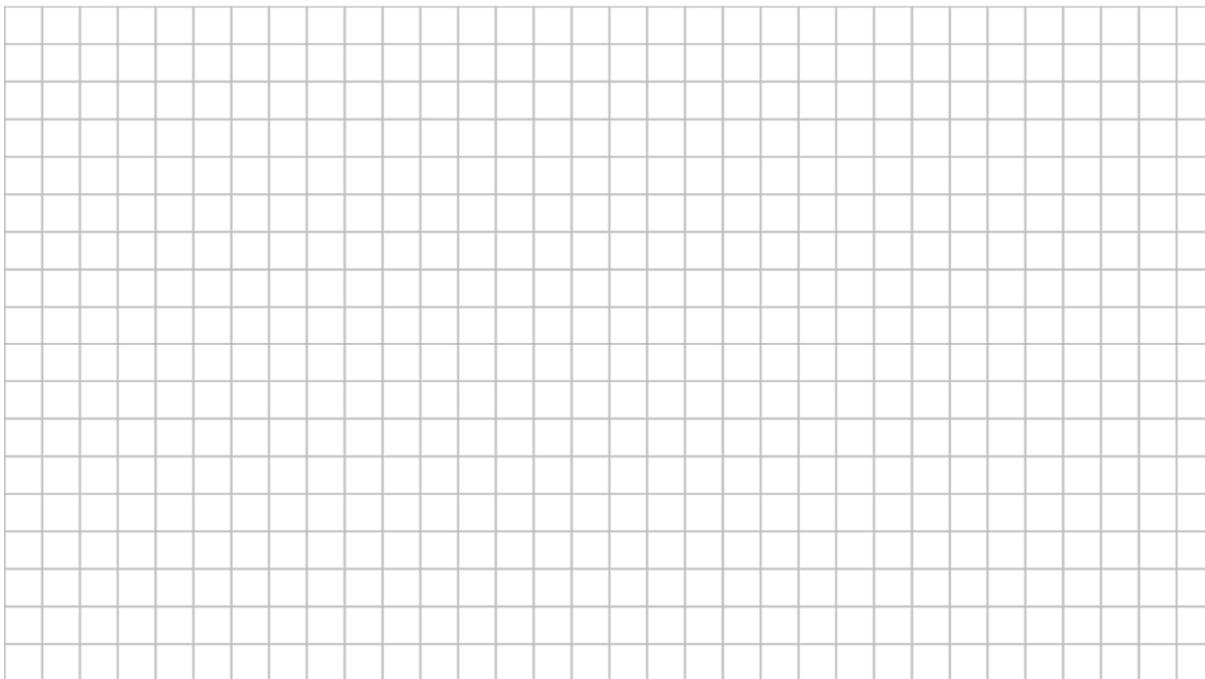


## 06 Steigungsdreieck, y-Achsenabschnitt: Übungsaufgaben

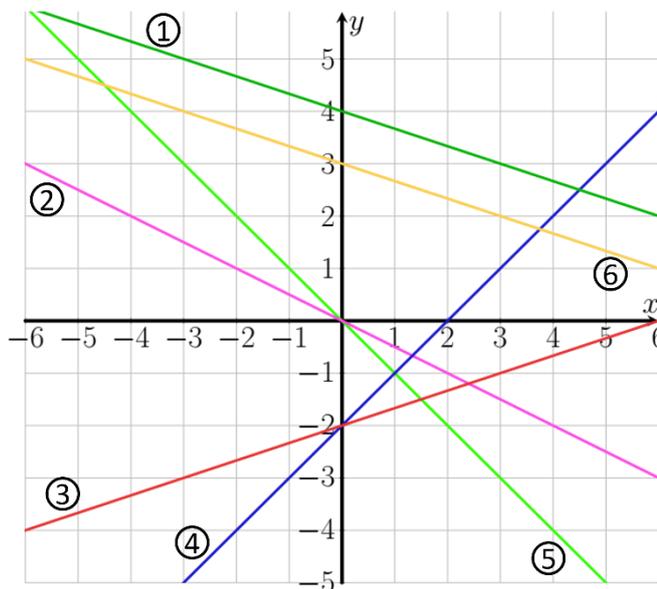
**Aufgabe 1:** Gegeben sind die acht Funktionen  $f_1 - f_8$  mit den folgenden Funktionsgleichungen und maximalem Definitionsbereich  $\mathbb{D}_{f,max}$ .

$f_1(x) = -x$	$f_2(x) = -\frac{1}{2}x + 3$	$f_3(x) = -3x + 1$	$f_4(x) = x - 2$
$f_5(x) = -\frac{1}{2}x$	$f_6(x) = -\frac{1}{3}x + 4$	$f_7(x) = \frac{1}{3}x - 2$	$f_8(x) = -\frac{1}{3}x + 3$

a) Gib jeweils die Steigung und den y-Achsenabschnitt an.



b) Ordne den folgenden sechs Graphen die zugehörigen Funktionsgleichungen aus der Aufgabe zu.

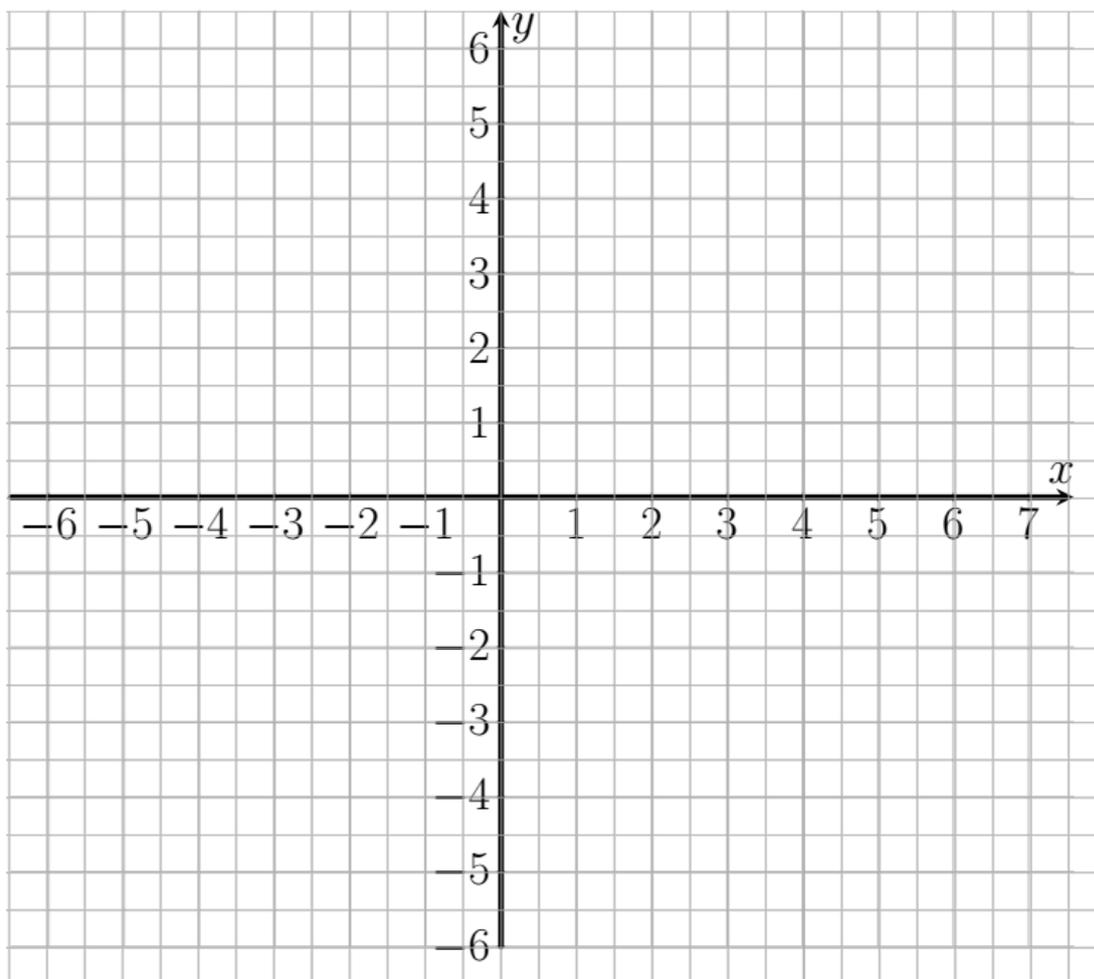


## 06 Steigungsdreieck, y-Achsenabschnitt: Übungsaufgaben

Aufgabe 2: Gegeben sind die sechs Funktionen  $f_1 - f_6$  mit den folgenden Funktionsgleichungen und maximalem Definitionsbereich  $\mathbb{D}_{f, \max}$ .

$f_1(x) = -x$	$f_2(x) = x - 1$	$f_3(x) = -\frac{1}{2}x + 3$
$f_4(x) = \frac{1}{3}x - 2$	$f_5(x) = \frac{1}{2}x + 2$	$f_6(x) = -\frac{1}{8}x + 5$

- a) Zeichne die Graphen der linearen Funktionen ohne Verwendung einer Wertetabelle in das x-y-Koordinatensystem.



- b) Gib an, welcher Graph die größte/geringste Steigung besitzt.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

- c) Lies die Koordinaten des Schnittpunktes  $S$  der beiden Graphen der Funktionen  $f_2$  und  $f_5$  ab und gib diese an.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

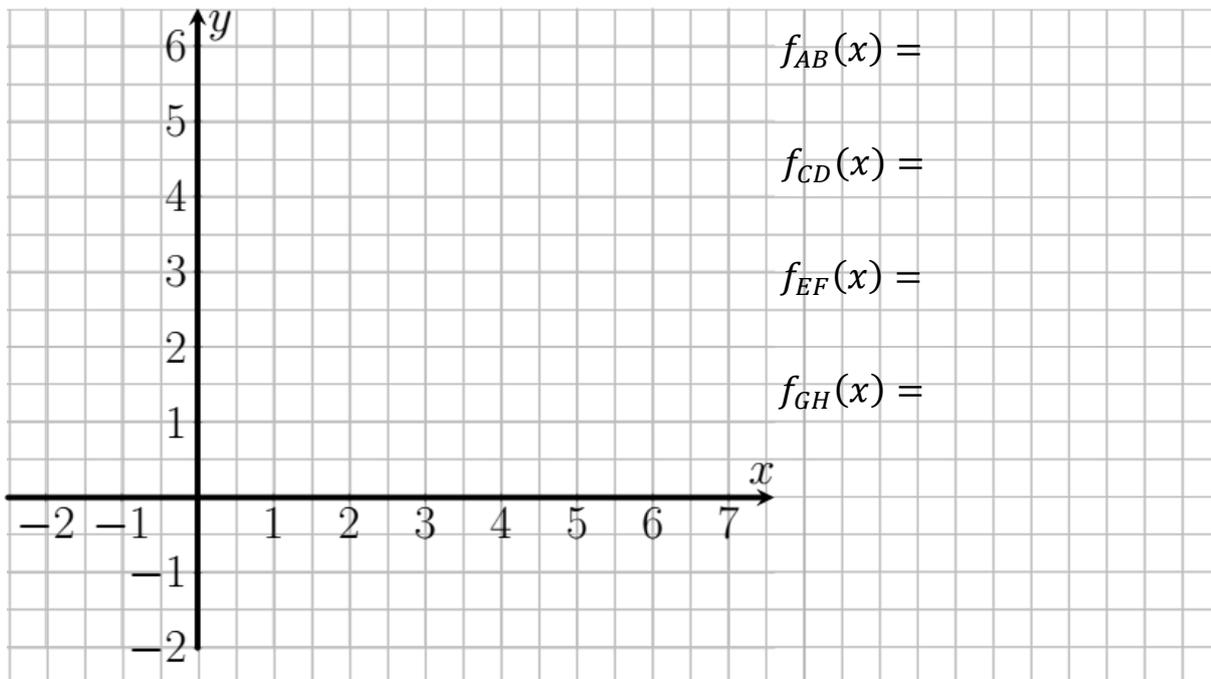


## 06 Steigungsdreieck, y-Achsenabschnitt: Übungsaufgaben

**Aufgabe 3:** Gegeben sind im Folgenden jeweils zwei Punkte, die auf einer Gerade liegen.

a)  $A(2|1), B(3|2)$     b)  $C(1|1), D(3|1)$     c)  $E(1|3), F(2|1)$     d)  $G(2|4), H(3|6)$

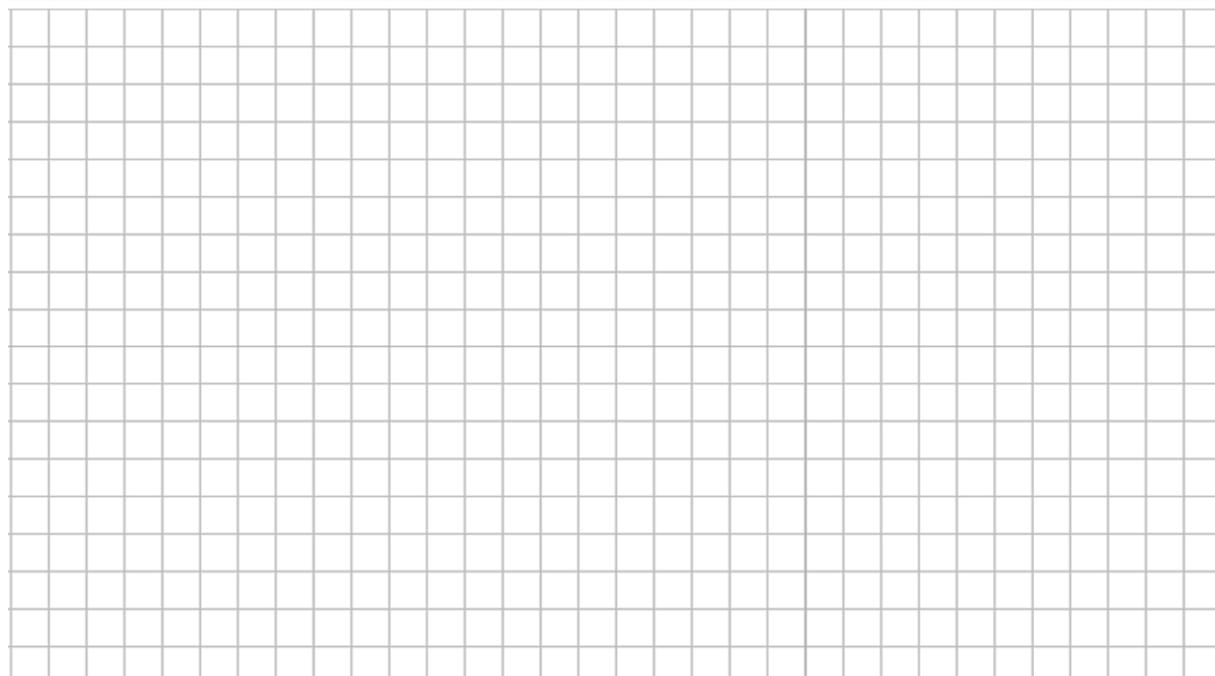
- 1) Zeichne zunächst die Punkte und anschließend die zugehörige Gerade in ein Koordinatensystem.
- 2) Bestimme jeweils die Steigung und den y-Achsenabschnitt des zugehörigen Funktionsterms graphisch. Gib dabei auch eine Funktionsgleichung an.



**Aufgabe 4:** Untersuche, welche der Punkte auf der Geraden mit der Geradengleichung  $y = -2x + 3$  liegen. Gib für die anderen an, ob sie ober- oder unterhalb der Geraden liegen.

Suche dir anschließend selbst einen Punkt I aus, der auf dem Graphen liegt und gib diesen an.

$A(2 1)$	$B(0 1)$	$C(0 3)$	$D(\frac{3}{2} 1)$	$E(\frac{1}{2} 2)$	$F(9 -1,5)$	$G(2 -1)$	$H(-3 -3)$
----------	----------	----------	--------------------	--------------------	-------------	-----------	------------









## 06 Steigungsdreieck, y-Achsenabschnitt: Übungsaufgaben

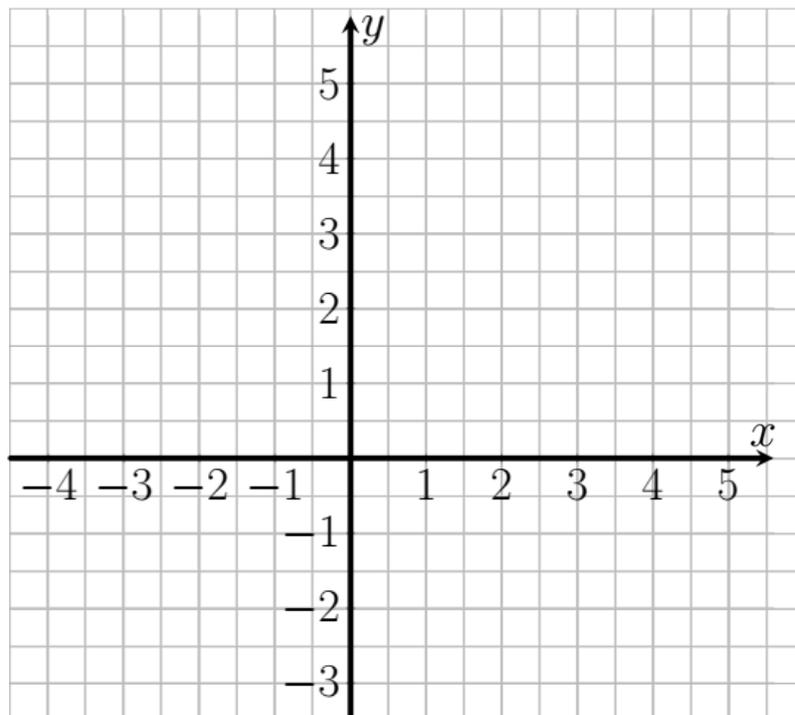
**Aufgabe 8:** Gegeben sind die vier Funktionen  $f_1 - f_4$  mit den folgenden Funktionsgleichungen und maximalem Definitionsbereich  $\mathbb{D}_{f,max}$ .

$f_1(x) = x - 2$	$f_2(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$	$f_3(x) = \frac{1}{2}x - 2$	$f_4(x) = x + 2$
------------------	--	-----------------------------	------------------

- a) Gib an, welche zugehörigen Geraden parallel sind und welche den gleichen y-Achsenabschnitt haben. Begründe deine Entscheidungen.



- b) Zeichne die Graphen der Funktionen  $f_1 - f_4$  und überprüfe deine Ergebnisse aus Aufgabe a) damit.







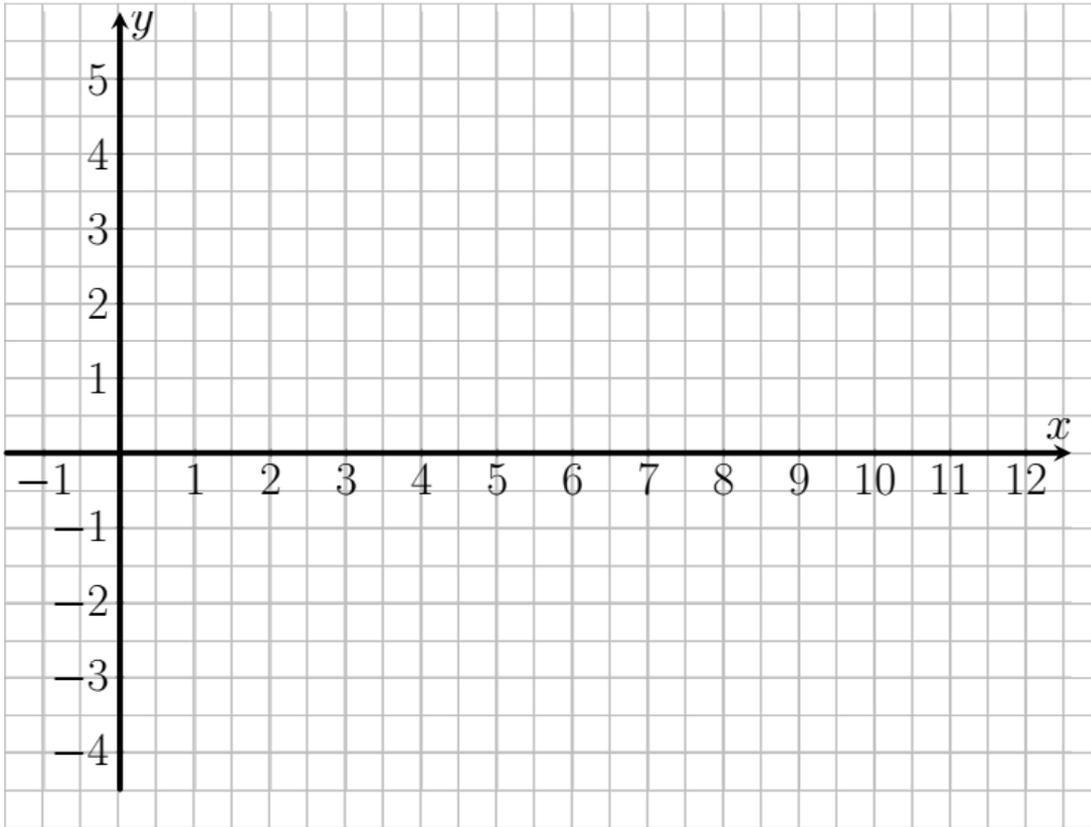


## 07 Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen: Übungsaufgaben

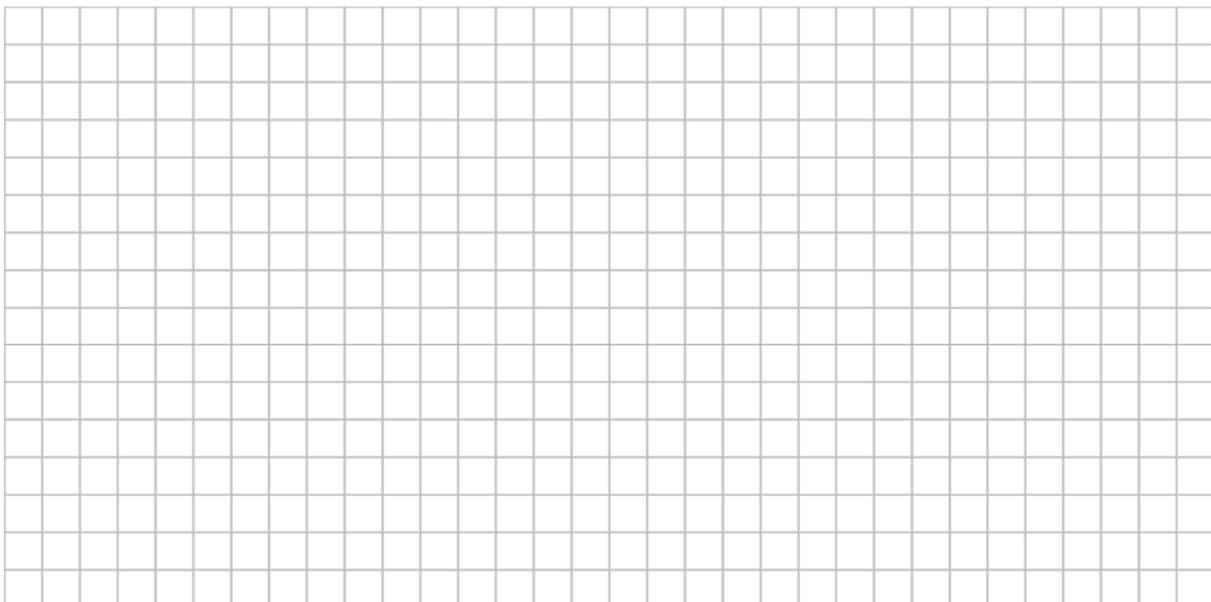
**Aufgabe 1:** Gegeben sind die acht Funktionen  $f_1 - f_8$  mit den folgenden Funktionsgleichungen und maximalem Definitionsbereich  $\mathbb{D}_{f,max}$ .

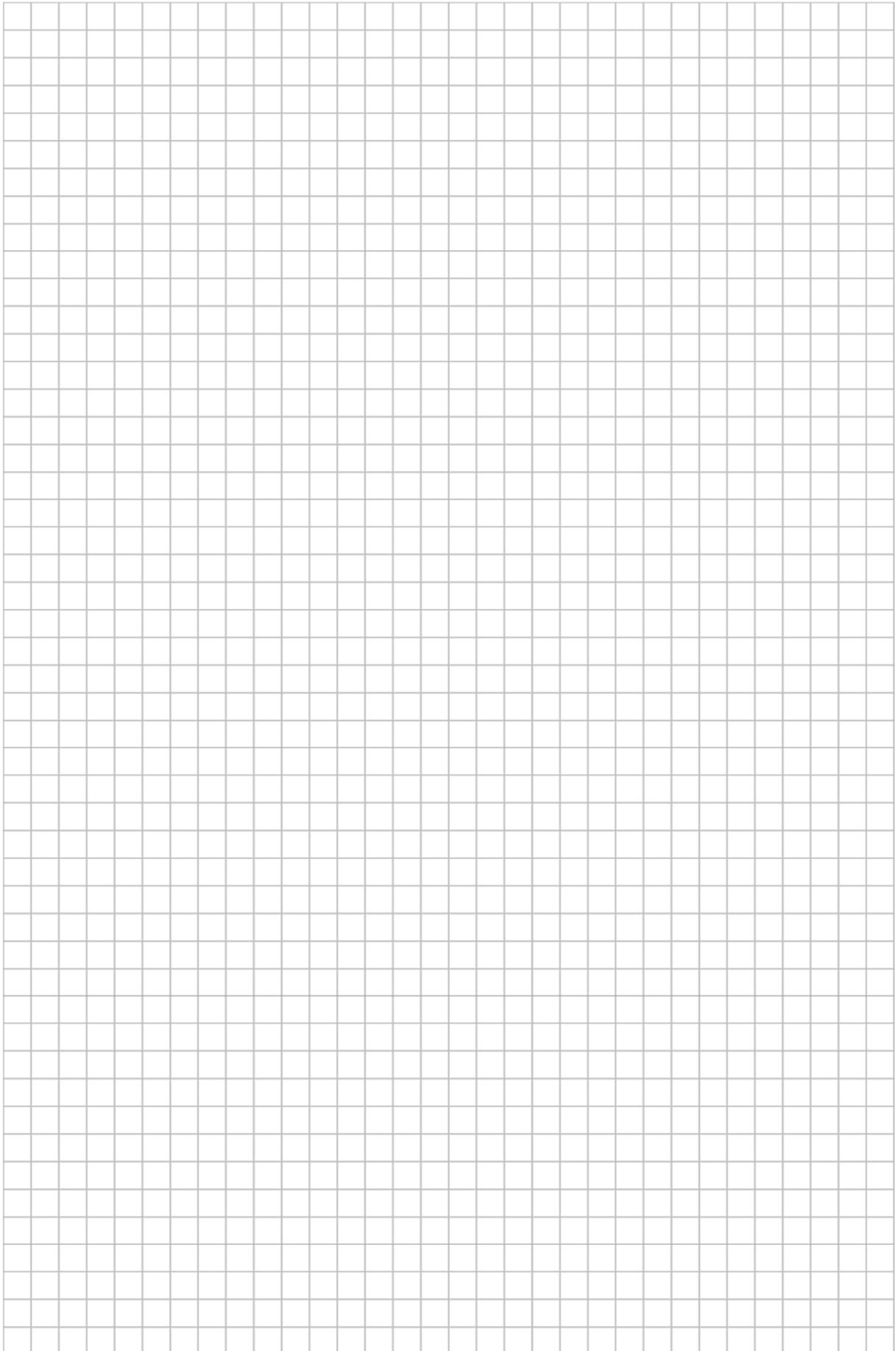
$f_1(x) = -x$	$f_2(x) = -\frac{1}{2}x + 3$	$f_3(x) = -3x + 1$	$f_4(x) = x - 2$
$f_5(x) = -\frac{1}{2}x$	$f_6(x) = -\frac{1}{3}x + 4$	$f_7(x) = \frac{1}{3}x - 2$	$f_8(x) = -\frac{1}{3}x + 3$

a) Bestimme die Schnittpunkte der jeweiligen Graphen der Funktionen mit den Koordinatenachsen graphisch.



b) Überprüfe deine Ergebnisse aus a) durch Rechnungen.







## 07 Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen: Übungsaufgaben

**Aufgabe 3:** Karl Friedrich fährt mit einem Bus mit nahezu konstanter Geschwindigkeit von Regensburg aus nach Amberg. Durch die Funktion  $f$  mit  $f(x) = 70 - 1,25x$  wird die aktuelle Position des Busses näherungsweise beschrieben. Durch  $x$  wird dabei die gefahrene Zeit in Minuten und durch  $f(x)$  der aktuelle Abstand zum Fahrziel beschrieben. Der Einfachheit halber wird auf Einheiten verzichtet.

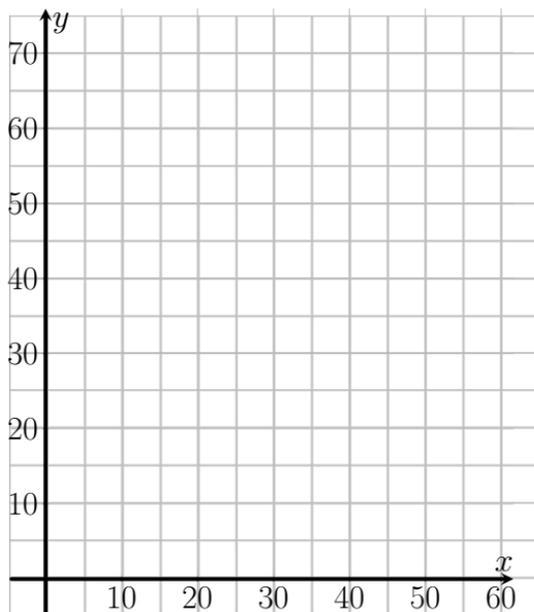
- a) Bestimme die Nullstelle der Funktion  $f$  und interpretiere den Wert im Sachzusammenhang.



- b) Mit  $G_f$  wird der Graph von  $f$  beschrieben. Gib die Schnittpunkte von  $G_f$  mit den Koordinatenachsen an.



- c) Zeichne den Graphen von  $f$  und überprüfe deine bisherigen Ergebnisse damit.



- d) Gib mit Hilfe des Graphen den Zeitpunkt an, an dem der Bus genau 30 Kilometer von Regensburg entfernt ist.



- e) Überprüfe dein Ergebnis von d) mit Hilfe einer Rechnung.



## 08 Geradengleichungen bestimmen: Einführung

### Geradengleichungen bestimmen

Carl Friedrich ist ein großer Romantiker. Er plant ein tolles Überraschungsdinner für seine Freundin Marie. Dafür bastelt er eine eigene Kerze, die eine besondere Überraschung zum Vorschein bringen soll. Zu Beginn des Dinners zündet Carl Friedrich die Kerze an, die mit konstanter Geschwindigkeit abbrennt. Während der Vorspeise brennt die Kerze bereits für 15 min und hat noch eine Höhe von 13cm. Nach 32 Minuten schätzt Carl Friedrich die Höhe noch auf etwa 11cm und macht sich auf, um die Hauptspeise fertigzustellen. Sobald die Kerze die Hälfte ihrer Ursprungshöhe erreicht hat, soll ein Verlobungsring zum Vorschein kommen. Zu dieser Zeit sollte Carl Friedrich bereits wieder am Esstisch sitzen. Deine Aufgabe ist es zu entscheiden, wie viel Zeit Carl Friedrich für die Hauptspeise benötigen darf.



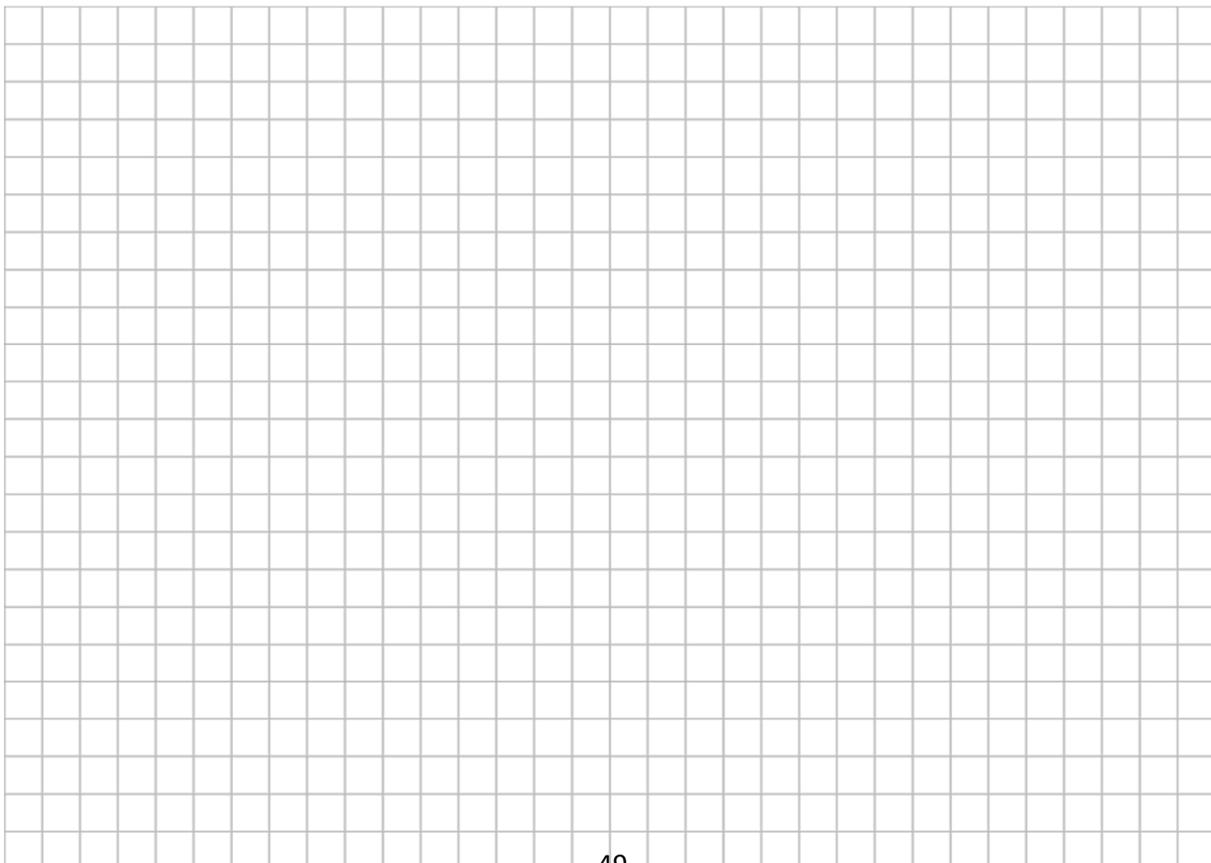
- a) Erstelle eine Wertetabelle, um die Situation übersichtlich darzustellen. Stelle durch  $x$  die Brenndauer in Minuten und durch  $y$  die Höhe der Kerze in Metern dar.

zu c)  $\Delta x =$

$x$ in Minuten		
$y$ in cm		

zu c)  $\Delta y =$

- b) Zeichne den Funktionsgraphen mit Hilfe der beiden Wertepaare. Wähle eigenständig sinnvolle Skalierungen für die Koordinatenachsen. Löse die Aufgabenstellung graphisch und formuliere eine Entscheidung.





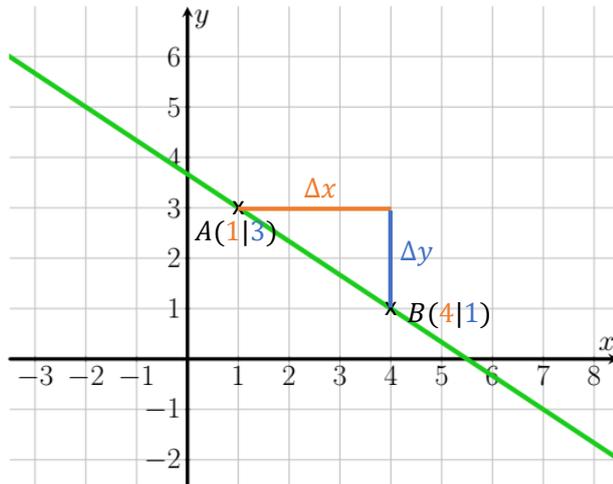
## 08 Geradengleichungen bestimmen: Infoblatt



Im Folgenden betrachten wir ein Beispiel, an dem deutlich gemacht wird, wie man Geradengleichungen mit Hilfe von zwei gegebenen Wertepaaren bestimmen kann.

Möchte man eine Gerade in ein Koordinatensystem zeichnen, müssen mindestens zwei Punkte gegeben sein, um die Gerade eindeutig einzeichnen zu können.

Beispiel:



Die gleiche Informationstiefe ist nötig, um die zugehörige Geradengleichung bestimmen zu können. Dazu benötigt man zunächst die allgemeine Geradengleichung:

$$y = mx + t$$

Für die Steigung  $m$  kennen wir mit Hilfe des Steigungsdreiecks die Formel

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Sind zwei Wertepaare (Hier die Punktkoordinaten von A und B) gegeben, dann kann man damit zunächst die Steigung  $m$  bestimmen.  $\Delta y$  erhält man indem man die Differenz der y-Koordinaten der Wertepaare berechnet.

$$\Delta y = 1 - 3 = -2$$

$\Delta x$  erhält man indem man die Differenz der x-Koordinaten der Wertepaare berechnet.

$$\Delta x = 4 - 1 = 3$$

1. Schritt:

$$1 \quad m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1 - 3}{4 - 1} = \frac{-2}{3}$$

2. Schritt:

Da wir  $m$  jetzt kennen, können wir die Geradengleichung, wie folgt angeben.

$$2 \quad y = -\frac{2}{3}x + t$$

Da die zur Funktion zugehörigen Wertepaare immer auch die Funktionsgleichung erfüllen, kann man für  $x$  und  $y$  einfach entsprechende Werte einsetzen und dadurch  $t$  erhalten. Es ist dabei egal, ob man die Werte vom Punkt  $A(1|3)$  oder  $B(4|1)$  nimmt.

$$3 = -\frac{2}{3} \cdot 1 + t \quad | +\frac{2}{3}$$

$$t = \frac{11}{3}$$

Damit erhalten wir die zugehörige Geradengleichung:  $y = -\frac{2}{3}x + t$



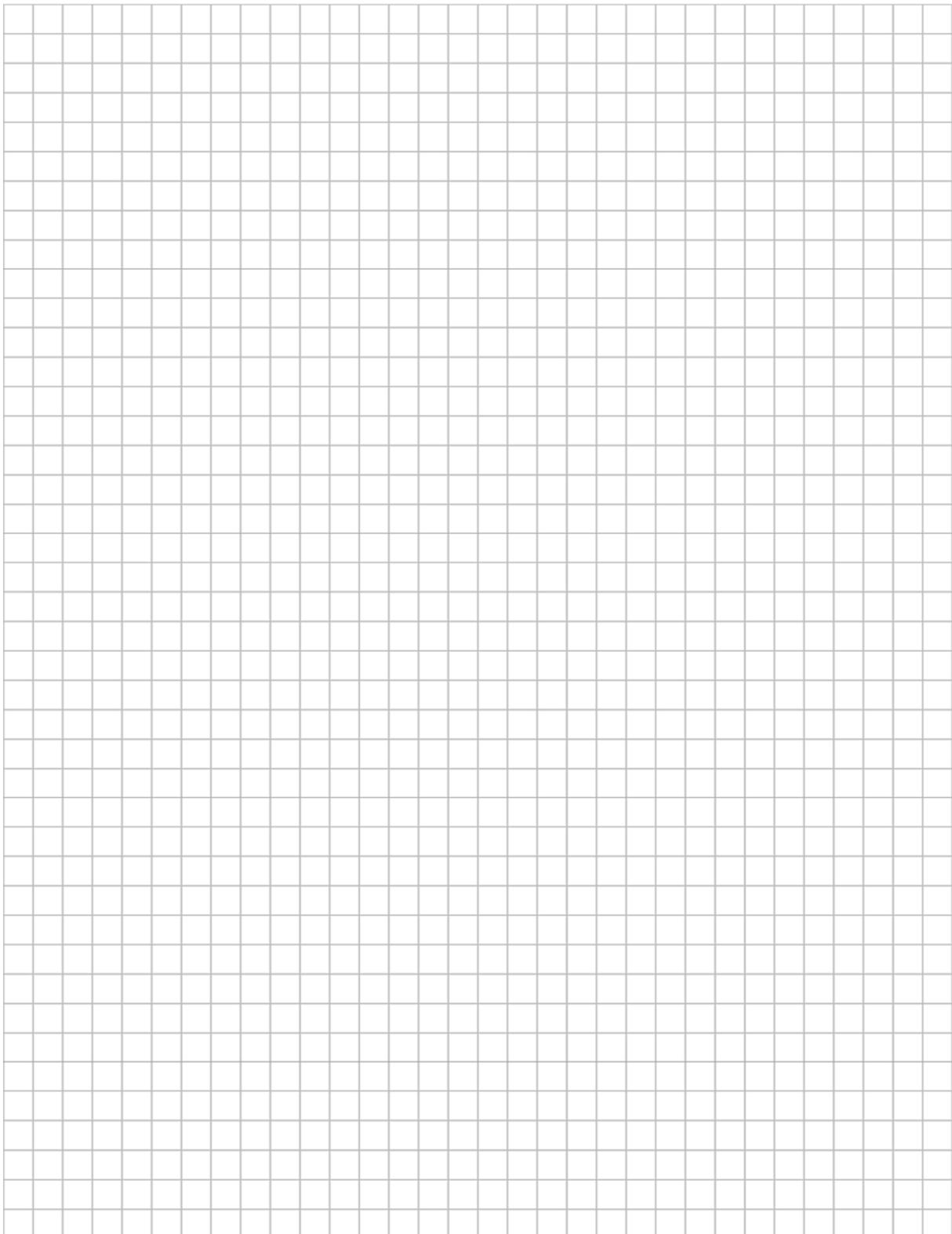
[Falls du noch Verständnisprobleme hast, sieh dir das Lernvideo an.](#)



## 08 Geradengleichungen bestimmen: Übungsaufgaben

**Aufgabe 1:** Gegeben ist jeweils die Steigung  $m$  einer Geraden und ein Punkt  $P$ , der auf der Geraden liegt. Bestimme die zugehörige Funktionsgleichung.

a) $m = \frac{1}{2}; P(0 1);$	b) $m = 1; P(2 -3);$	c) $m = 0; P(1 3);$	d) $m = \frac{1}{4}; P(5 2);$
e) $m = 3; P(1 6);$	f) $m = \frac{1}{4}; P(4 1);$	g) $m = -\frac{1}{4}; P(4 1);$	h) $m = -2; P(-4 1);$

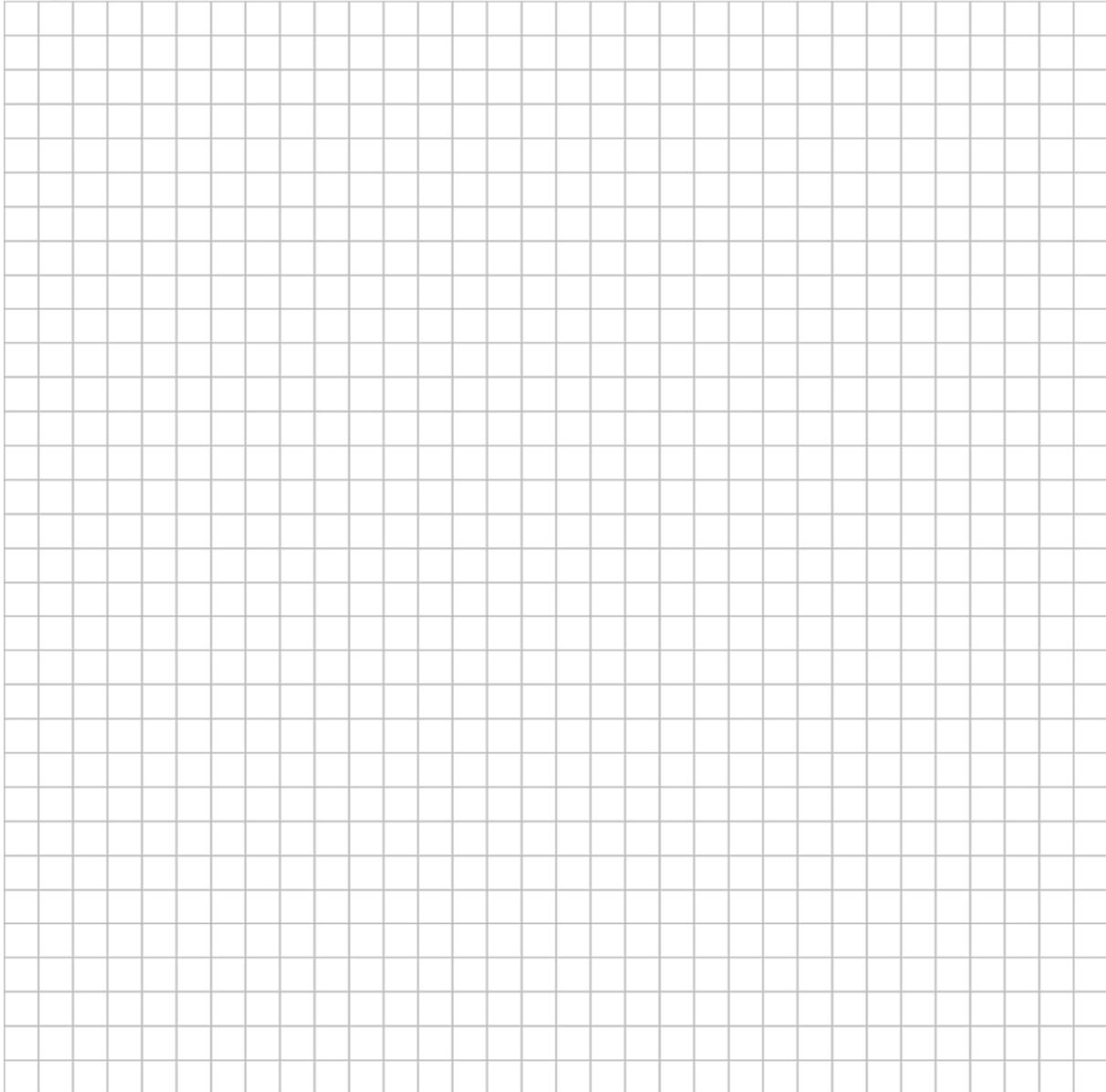


## 08 Geradengleichungen bestimmen: Übungsaufgaben

Aufgabe 2: Gegeben sind jeweils Punkte, die auf einer Geraden liegen.

a) $P_1(3 2); P_2(2 1);$	b) $P_1(4 1); P_2(8 2);$	c) $P_1(-3 -1); P_2(2 -3);$
d) $A(3 1); B(8 1);$	e) $A\left(\frac{1}{2} \mid \frac{1}{4}\right); B(5 10);$	f) $A(2 0); B(0 -5);$
g) $P_1(0 0); P_2(0 1)$	h) $A(0 1); B(0 2);$	i) $P_1(-2 -2); P_2(-3 -3);$

1) Bestimme jeweils die Gleichung der Geraden, auf der die folgenden Punkte liegen.



2) Gib an, welche der Geraden durch den Ursprung geht.



3) Zeichne die zugehörigen Geraden aus Aufgabe 1)a)-f) mithilfe eines Funktionsplotters und der gegebenen Punkte. Überprüfe damit deine Ergebnisse.

## 08 Geradengleichungen bestimmen: Übungsaufgaben

**Aufgabe 3:** Entscheide jeweils, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind. Begründe deine Entscheidung.

- a) Sind bei zwei Funktionen die Steigungswerte  $m$  gleich, dann sind die entsprechenden Funktionsgraphen parallel zueinander.


- b) Hat eine Gerade die Steigung  $m = 1$ , dann ist sie parallel zur x-Achse.


- c) Wenn der y-Achsenabschnitt den Wert  $t = 0$  hat, dann verläuft die entsprechende Gerade durch den Ursprung.


- d) Hat eine Gerade eine positive Steigung, dann verläuft sie vom II. in den IV. Quadranten.


- e) Hat eine Gerade eine negative Steigung, dann verläuft sie vom II. in den IV. Quadranten.


- f) Zwei Geraden  $G_1$  und  $G_2$  mit den Steigungen  $m_1 = \frac{1}{4}$  und  $m_2 = -4$  stehen senkrecht aufeinander.

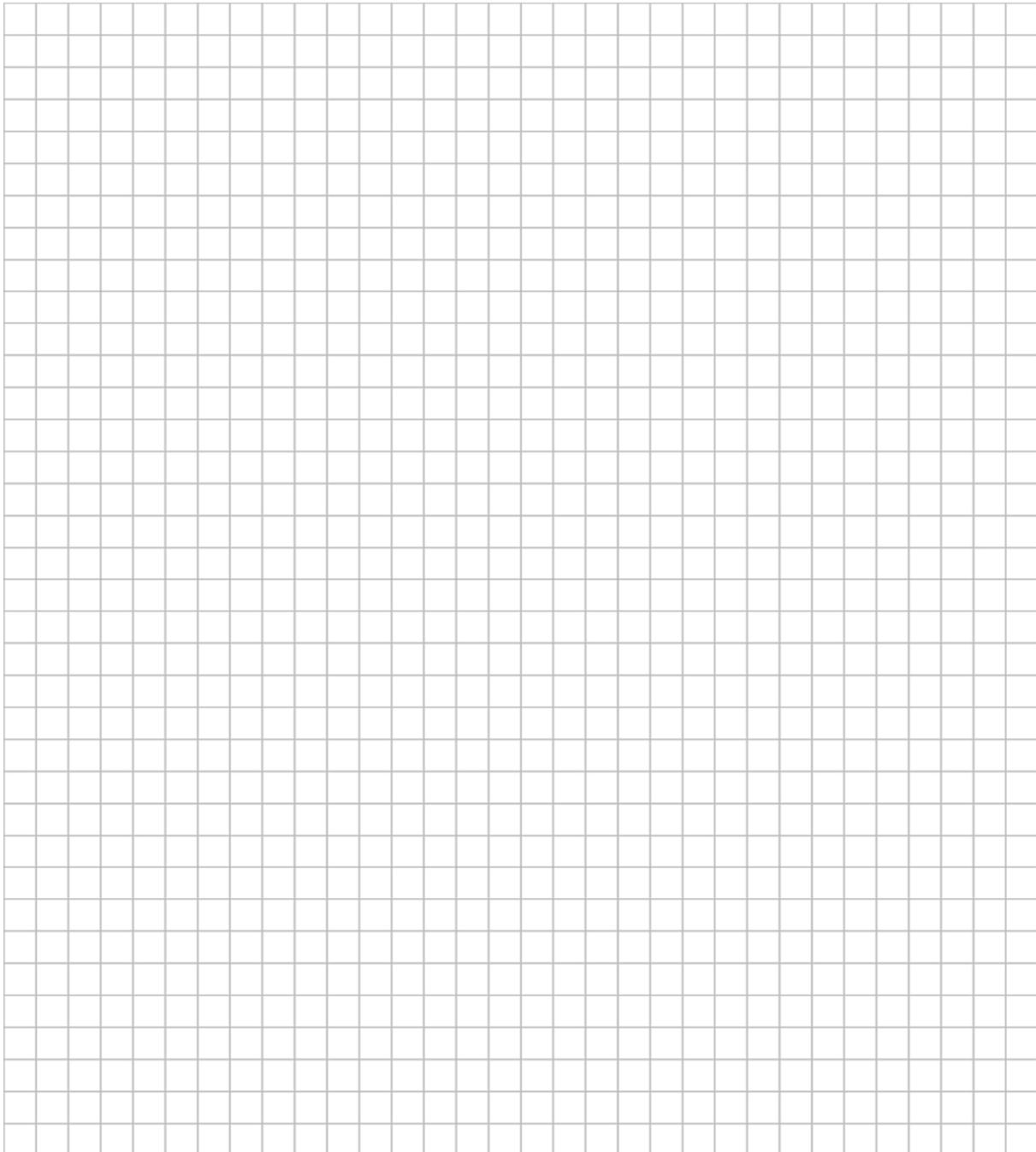



## 08 Geradengleichungen bestimmen: Übungsaufgaben

**Aufgabe 4:** Gegeben sind jeweils die Punkte  $A$ ,  $B$  und  $C$ .

a) $A(3 2); B(4 3); C(5 4);$	b) $A(0 1); B(1 0); C(2 1);$	c) $A(-3 -1); B(2 1); C(7 3);$
d) $A(-1 1); B(3 2); C(7 0);$	e) $A\left(\frac{1}{2} \mid \frac{1}{4}\right); B(5 10); C(0 1);$	f) $A(2 0); B(0 -5); C(1 -2);$

1) Prüfe rechnerisch, ob der Punkt  $C$  auf der Geraden durch  $A$  und  $B$  liegt.

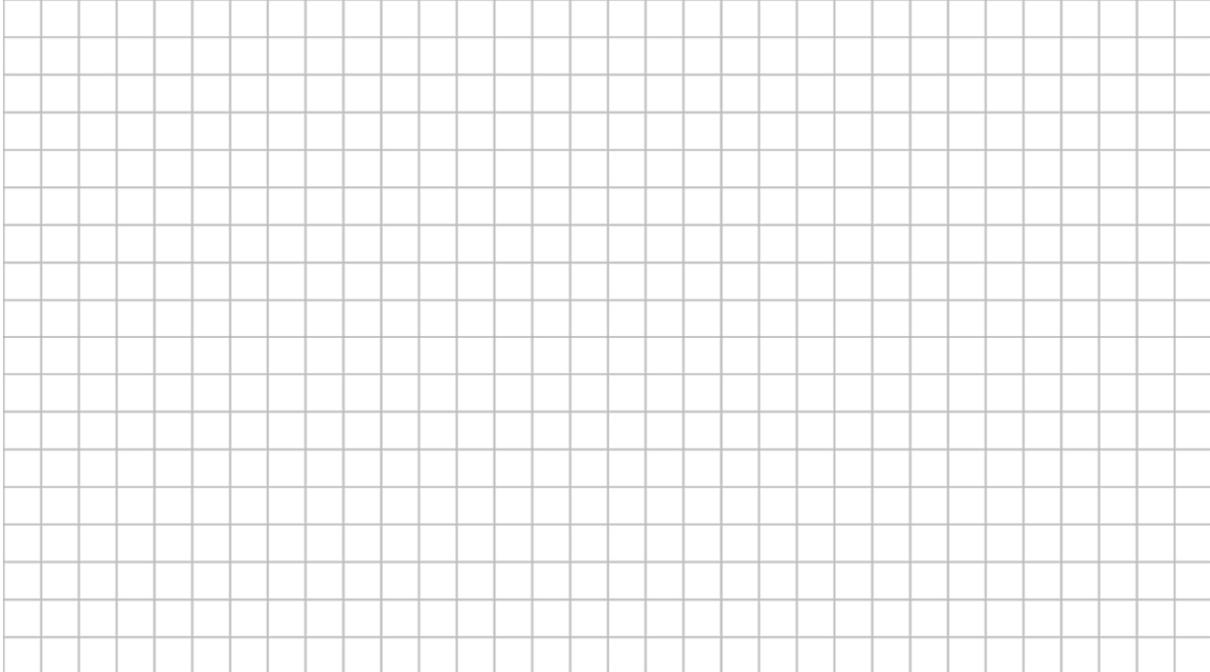


2) Zeichne die zugehörigen Geraden aus Aufgabe 4)a)-f) mit Hilfe eines Funktionsplotters und überprüfe damit deine Ergebnisse.

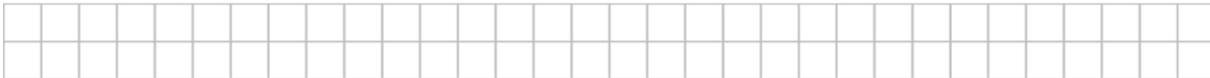
## 08 Geradengleichungen bestimmen: Übungsaufgaben

**Aufgabe 5:** Im Jahr 2021 lag der Taxipreis in Regensburg bei einer Grundgebühr von 4,80€. Für eine Strecke von 15km musste beim günstigsten Anbieter ein Preis von 34,80€ bezahlt werden.

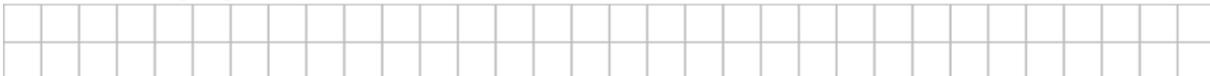
- a) Veranschauliche den Zusammenhang zwischen der Länge der Fahrstrecke (x-Wert) und den dazugehörigen Kosten (y-Wert) in einem Graphen.



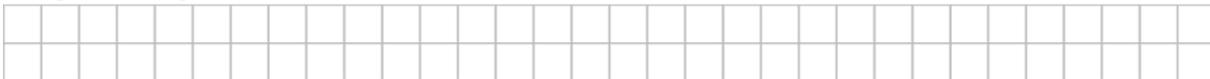
- b) Ermittle graphisch die Preise für 5km und 10km.



- c) Ermittle graphisch, wie weit man für 20 Euro fahren kann.



- d) Stelle mit Hilfe der gegebenen Punkte aus der Angabe die zugehörige Geradengleichung auf.



- e) Überprüfe deine Ergebnisse von Aufgabe 5c) rechnerisch.





## 08 Geradengleichungen bestimmen: Übungsaufgaben



- f) [Erstelle nun in einem Tabellenkalkulationsprogramm Zellen zur Umrechnung von °C nach °F und umgekehrt, wie abgebildet. Überprüfe damit deine bisherigen Ergebnisse. Falls du bei der Erstellung Hilfe benötigst, kannst du die Tabelle mit Hilfe des QR-Codes oder durch Klicken auf die Aufgabe aufrufen.](#)

	Eingabe	Ausgabe		
Grad Celsius				
Grad Fahrenheit				

1. Gib in die Eingabefelder jeweils den gewünschten Wert ein.

**Aufgabe 7:** Gegeben sind die Punkte  $A(1|2)$  und  $B(2|4)$ , die auf einer Geraden  $G_f$  liegen. Die zugehörige Funktion dazu lautet  $f$ .

- a) Bestimme die zugehörige Funktionsgleichung zur Funktion  $f$ .

- b) Gib die Gleichung einer Geraden an, die zu  $G_f$  parallel ist und um 2 in Richtung der y-Achse nach oben versetzt ist.

- c) Gib die Gleichung einer Geraden an, die durch die Punkte  $C$  und  $D$  geht, die um genau zwei Längeneinheiten rechts von  $A$  und  $B$  liegen.

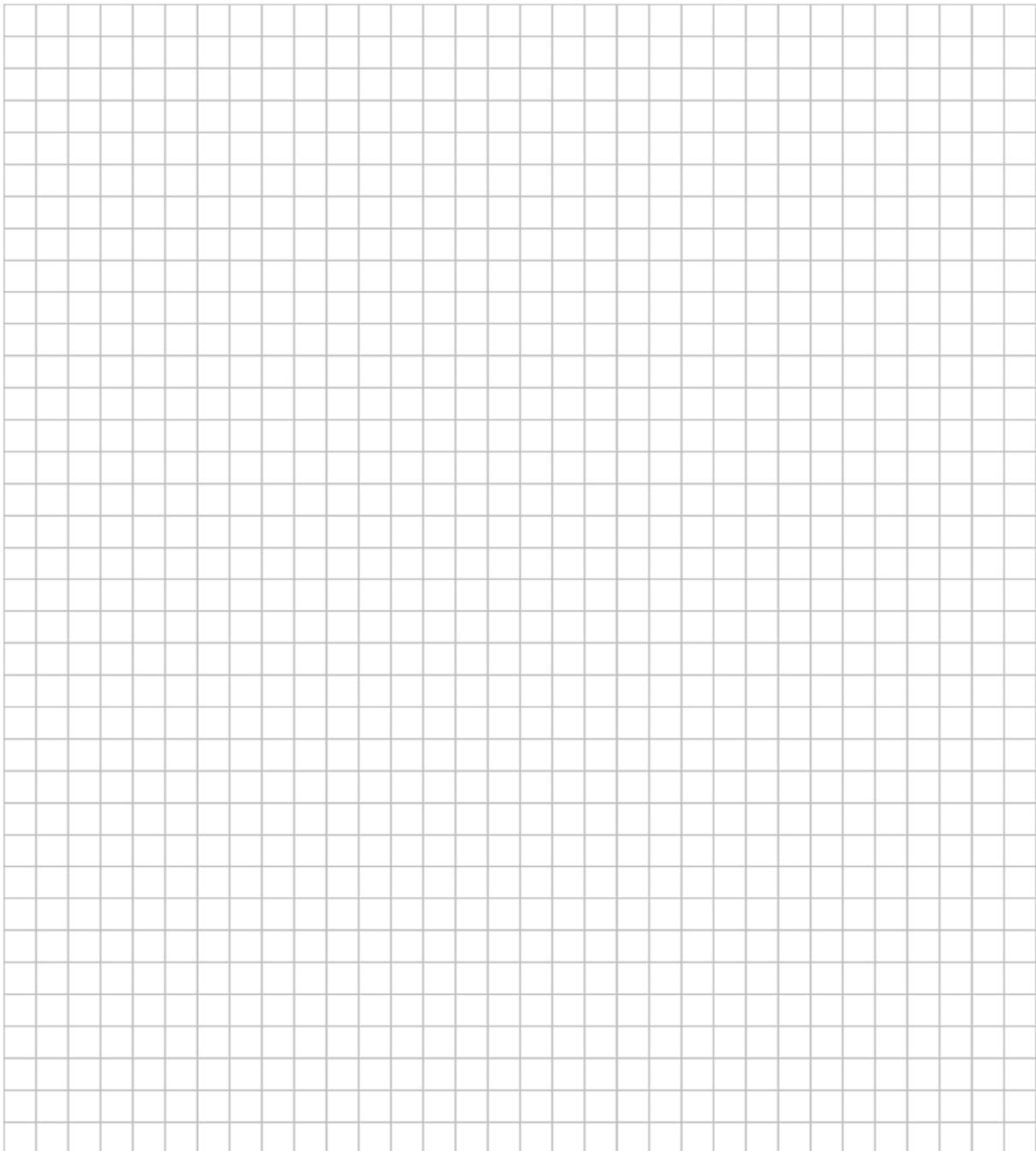


## 09 Schnittpunkte zweier Geraden: Übungsaufgaben

**Aufgabe 1:** Gegeben sind im Folgenden die auf ihrem maximalen Definitionsbereich gegebenen Funktionen  $f$  und  $g$ . Die Graphen von  $f$  und  $g$  werden mit  $G_f$  und  $G_g$  bezeichnet.

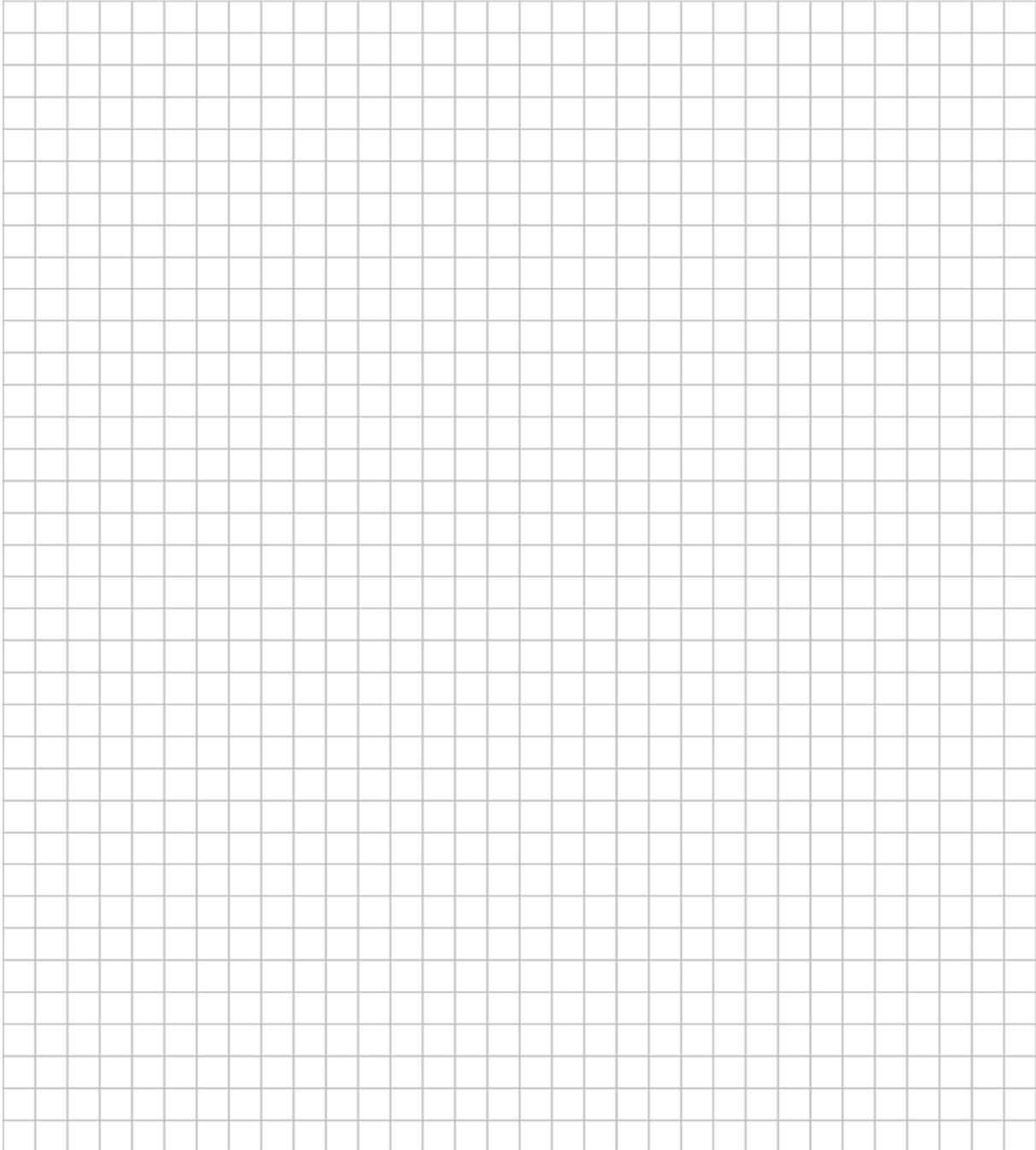
1) Bestimme die Schnittpunkte von  $G_f$  und  $G_g$  **rechnerisch**.

a)	$f(x) = x - 2$ $g(x) = -\frac{1}{2}x + 3$	b)	$f(x) = x - 2$ $g(x) = -x$	c)	$f(x) = -\frac{1}{3}x + 4$ $g(x) = \frac{1}{2}x + 2$	d)	$f(x) = -3x + 5$ $g(x) = -\frac{1}{3}x + 5$
e)	$f(x) = \frac{1}{2}x$ $g(x) = \frac{1}{4}x + 1$	f)	$f(x) = 2x - 2$ $g(x) = -x + 4$	g)	$f(x) = -\frac{1}{8}x + 1$ $g(x) = -\frac{1}{3}x + 0,5$	h)	$f(x) = -x - 1$ $g(x) = -\frac{1}{3}x - 6$



## 09 Schnittpunkte zweier Geraden: Übungsaufgaben

- 2) Überprüfe das Ergebnis aus 1) a), indem du die zugehörigen **Geraden** in ein x-y Koordinatensystem **zeichnest**.

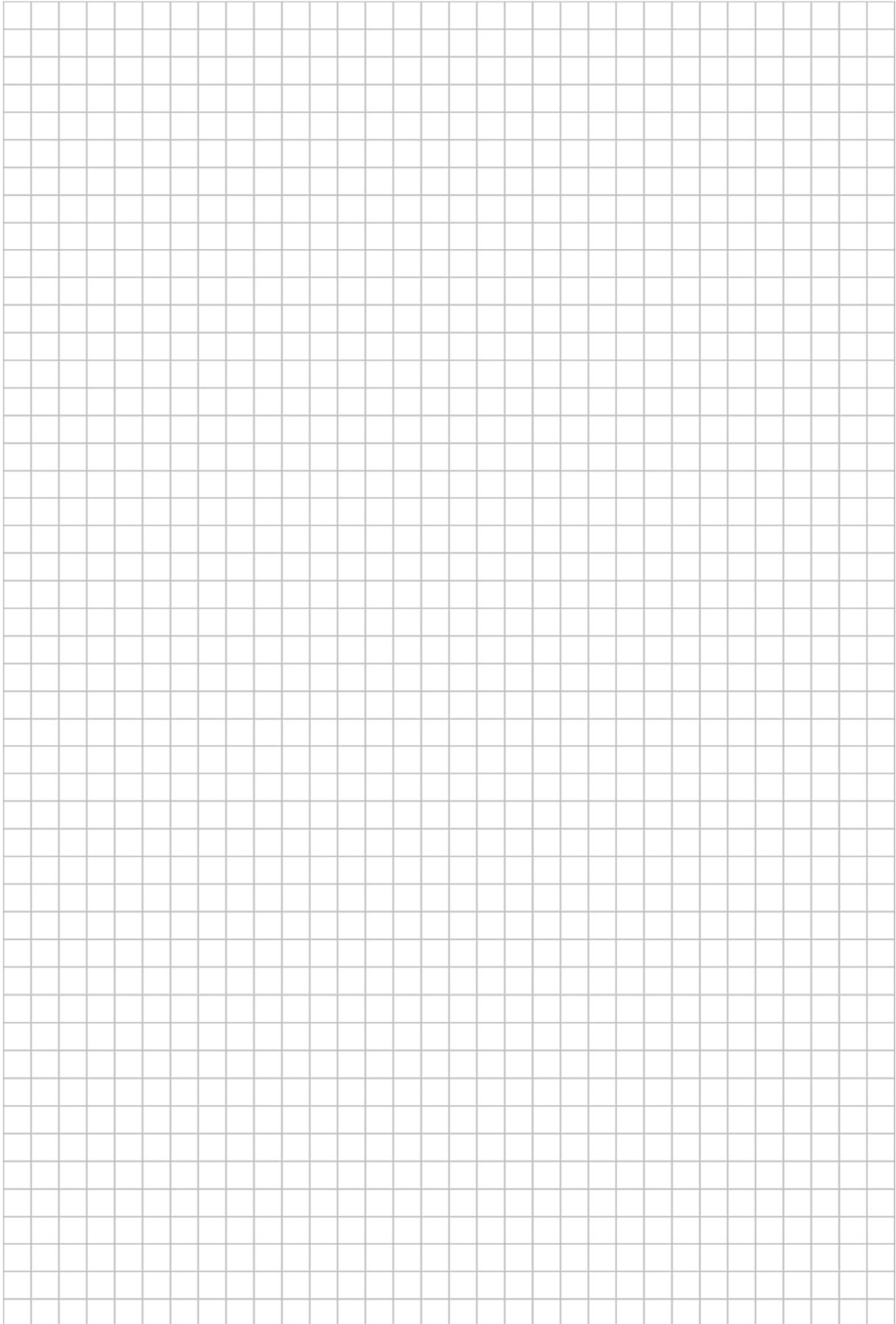


- 3) Die beiden **Geraden** aus 2) und die y-Achse schließen eine Dreiecksfläche ein. Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks. Die benötigten Punkte dürfen graphisch abgelesen werden.



## 09 Schnittpunkte zweier Geraden: Übungsaufgaben

4) Löse Aufgabe 2) und 3) für zwei weitere der oben gegebenen Aufgaben.



## 09 Schnittpunkte zweier Geraden: Übungsaufgaben

**Aufgabe 2:** Entscheide jeweils, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind. Begründe deine Entscheidung.

- a) Wenn zwei lineare Funktionen den gleichen y-Abschnitt besitzen, dann schneiden sich die zugehörigen Graphen auf der y-Achse.

- b) Zwei Geraden, die beide eine positive Steigung besitzen, schneiden sich nie.

- c) Zwei Geraden, die nicht parallel zueinander sind, haben immer genau einen Schnittpunkt.

- d) Die Graphen zweier linearer Funktionen mit den Steigungen  $m_1 = 4$  und  $m_2 = -\frac{1}{4}$  stehen senkrecht aufeinander.

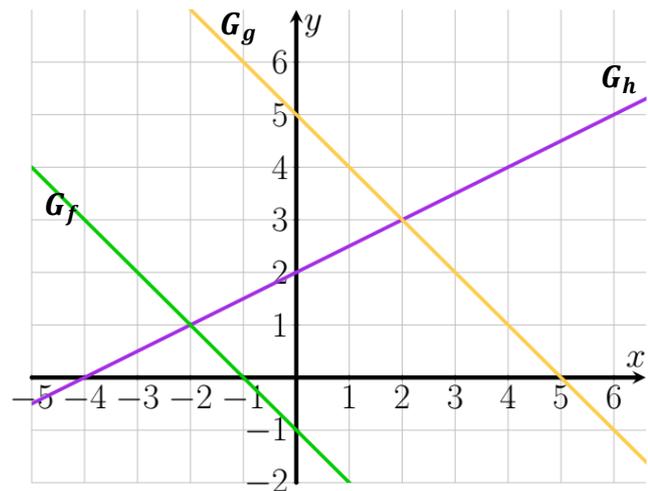
- e) Die Graphen zweier linearer Funktionen, die die gleiche Nullstelle besitzen schneiden sich immer auf der x-Achse.



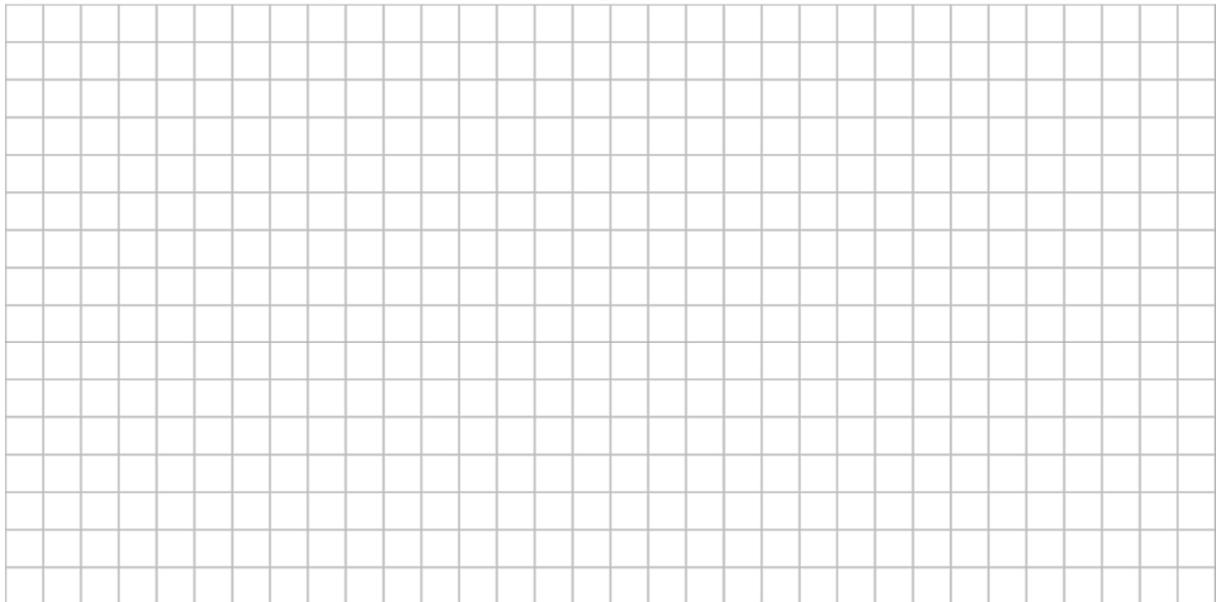
## 09 Schnittpunkte zweier Geraden: Übungsaufgaben

**Aufgabe 3:** Gegeben sind im Folgenden die Graphen dreier linearer Funktionen.

- a) Bestimme jeweils graphisch die Funktionsgleichung der gegebenen Graphen.



- b) Bestimme die Schnittpunkte der Geraden jeweils rechnerisch.



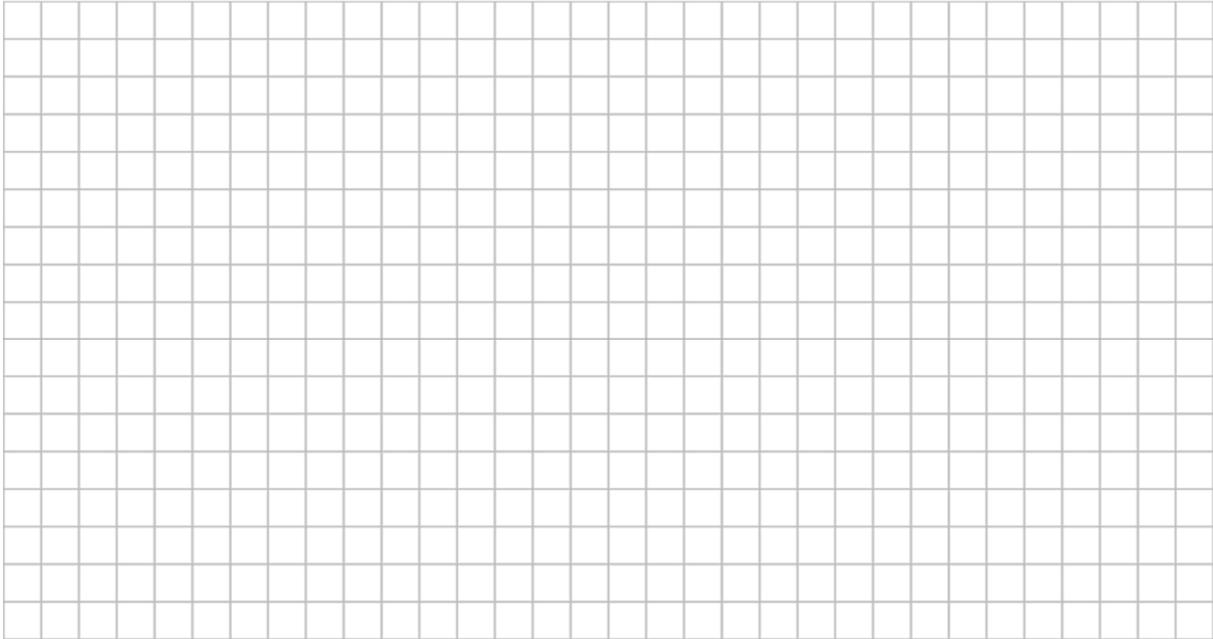
- c) Insgesamt lassen sich in der Abbildung 7 verschiedene Dreiecke finden. Benenne die Eckpunkte von vier der Dreiecke und berechne jeweils den zugehörigen Flächeninhalt.



## 09 Schnittpunkte zweier Geraden: Übungsaufgaben

**Aufgabe 4:** Im Jahr 2021 lag der Taxipreis in Regensburg bei Unternehmen A bei einer Grundgebühr von 4,80€. Pro Kilometer musste ein Preis von 1,96€ bezahlt werden. Unternehmen B verlangte eine Grundgebühr von 4€. Pro Kilometer wurde ein Preis von 2€ veranschlagt.

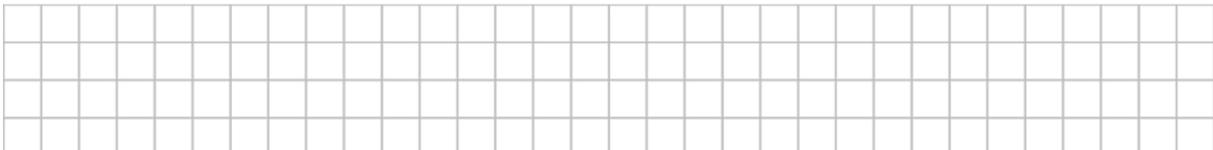
- a) Veranschauliche den Zusammenhang zwischen der Länge der Fahrstrecke in Kilometern ( $x$ -Wert) und den dazugehörigen Kosten in Euro ( $y$ -Wert) für jedes Unternehmen graphisch in einem gemeinsamen Koordinatensystem.



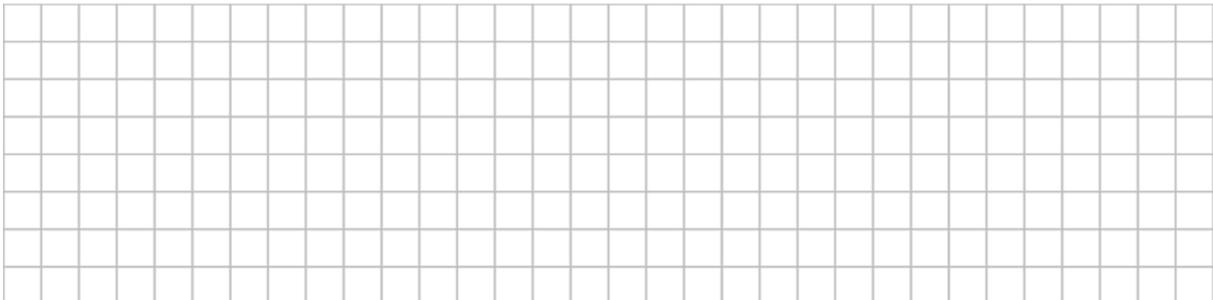
- b) Ermittle graphisch den Schnittpunkt der beiden Graphen und interpretiere das zugehörige Wertepaar im Sachzusammenhang.



- c) Stelle jeweils eine Funktionsgleichung für Unternehmen A und B dar, wobei  $x$  für die Länge der Fahrstrecke in Kilometern und  $y$  für die dazugehörigen Kosten in Euro steht.



- d) Bestimme die Schnittpunkte der Funktionsgraphen rechnerisch.



## 09 Schnittpunkte zweier Geraden: Übungsaufgaben

**Aufgabe 5:** Herr Yilmaz fährt täglich von Regensburg aus nach Amberg. Herr Friedrich hingegen fährt zeitlich von Amberg aus nach Regensburg. Die Fahrtgeschwindigkeiten werden der Einfachheit wegen als konstant angesehen. Beide Fahrten können jeweils durch Funktionen  $f_Y$  (Yilmaz) und  $f_F$  (Friedrich) beschrieben werden. Dabei gilt

$$f_Y(x) = 70 - 1,4x \text{ und}$$

$f_F(x) = 1,55x$ , wobei  $x$  die Zeit in Minuten und  $y$  die Entfernung von Amberg in Kilometern beschreibt. Mit  $G_Y$  und  $G_F$  werden die Graphen der Funktionen  $f_Y$  und  $f_F$  beschrieben.

- a) Bestimme die Schnittpunkte der Graphen  $G_Y$  und  $G_F$  mit den Koordinatenachsen und interpretiere die Werte im Sachzusammenhang.

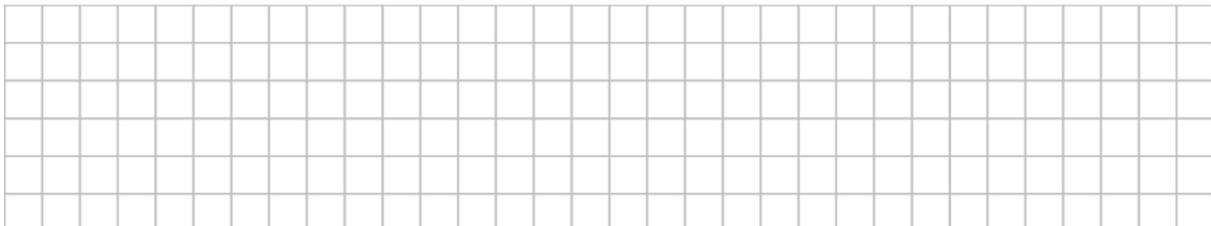
(Zur Wiederholung: [Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen berechnen](#))



- b) Bestimme den Zeitpunkt, an dem Herr Yilmaz und Herr Friedrich gerade aneinander vorbeifahren. Gib auch an, wie weit beide zu diesem Zeitpunkt von Amberg entfernt sind.



- c) Beschreibe mit fachlicher Begründung, welche der beiden Personen auf der Fahrt schneller unterwegs ist.



- d) Zeichne die Graphen der Funktionen  $f_Y$  und  $f_F$  mit Hilfe eines Funktionsplotters und überprüfe damit deine bisherigen Ergebnisse.



# 10 Lineare Ungleichungen lösen: Einführung

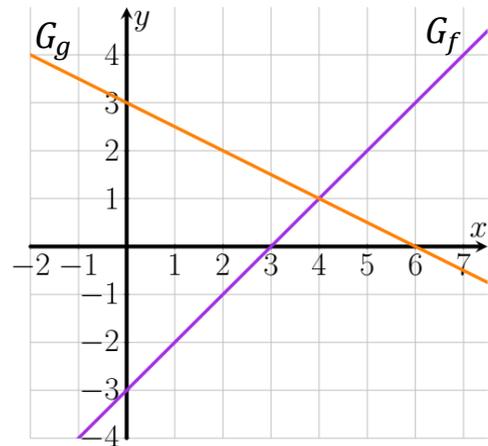
## Lineare Ungleichungen lösen



1. [Klicke hier oder scanne den QR-Code, um das zugehörige Video anzusehen.](#)

2. Gegeben sind zwei auf ihrem maximalen Definitionsbereich gegebenen Funktionen  $f$  und  $g$  mit  $f(x) = x - 3$  und  $g(x) = -\frac{1}{2}x + 3$ .

- a) Löse die Ungleichung  $f(x) < g(x)$  graphisch. Zeichne die Lösung dazu mit grüner Farbe in das Koordinatensystem ein und gib das entsprechende Lösungsintervall an.

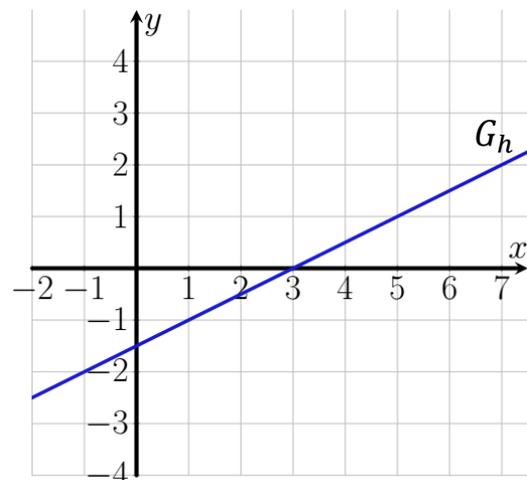
- b) Löse die Ungleichung  $f(x) \geq g(x)$  graphisch. Zeichne die Lösung dazu mit einer zweiten Farbe in das Koordinatensystem ein und gib das entsprechende Lösungsintervall an.


- c) Löse nun die Ungleichung aus b) rechnerisch nach  $x$  auf.


3. Gegeben ist die Funktion  $h$  mit  $h(x) = 0,5x - 1,5$  und maximaler Definitionsmenge.

- a) Gib die Stellen an, in denen  $h(x) > 0$  gilt, indem du die Ungleichung graphisch löst. Zeichne die Lösung dazu mit grüner Farbe in das Koordinatensystem ein und gib das entsprechende Lösungsintervall an.

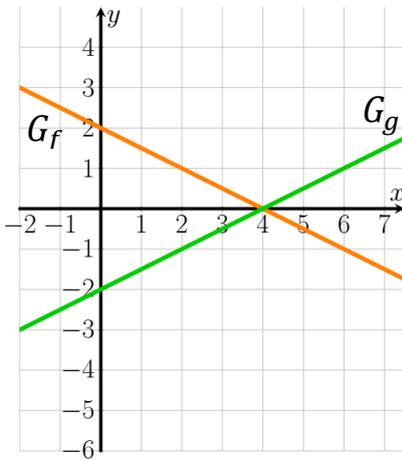

- b) Gib die Stellen an, in denen  $h(x) \leq 0$  gilt, indem du die Ungleichung rechnerisch löst und gib das entsprechende Lösungsintervall an.

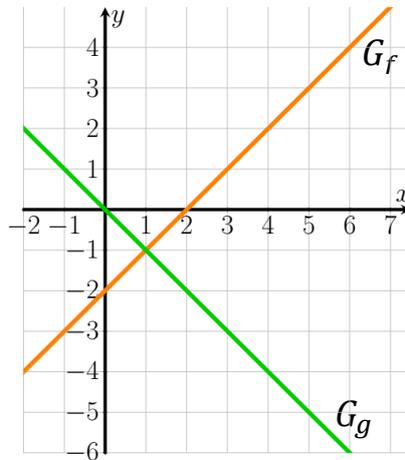
# 10 Lineare Ungleichungen lösen: Übungsaufgaben

**Aufgabe 1:** Gegeben sind im Folgenden die Graphen, der auf ihrem maximalen Definitionsbereich gegebenen Funktionen  $f$  und  $g$ .

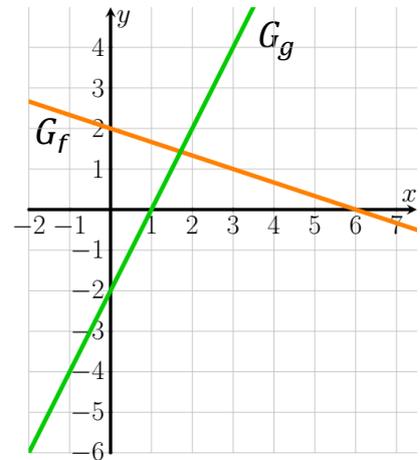
a)



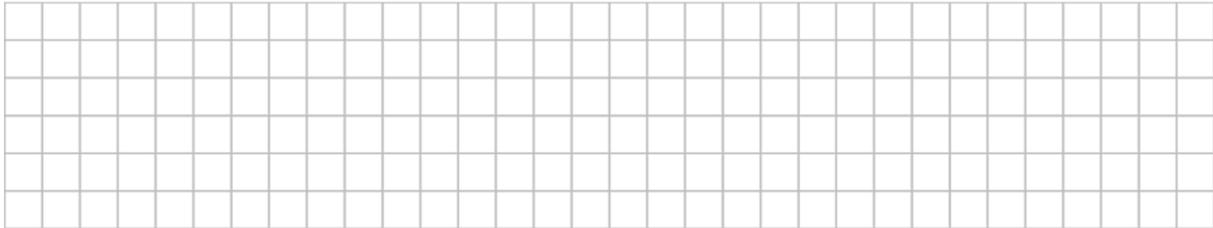
b)



c)



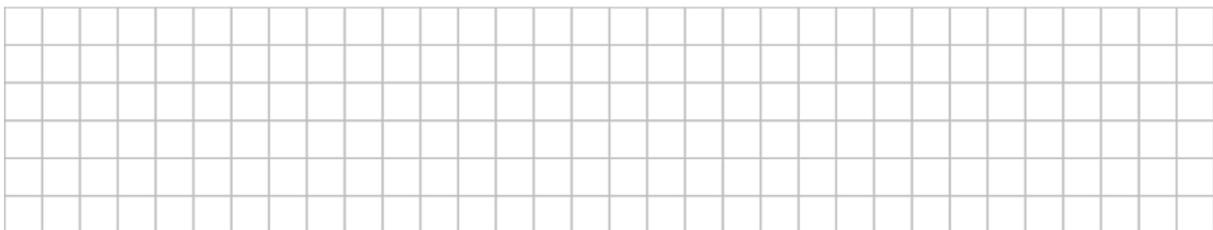
1) Bestimme die Intervalle, in denen  $f(x) > g(x)$  gilt **graphisch**.



2) Stelle jeweils die Geradengleichungen mithilfe der gegebenen Geraden auf.

[\(Hilfe dazu erhältst du durch Klicken auf den Text oder durch den QR-Code:](#)

[„Steigungsdreieck, y-Achsenabschnitt und Zeichnen von Geraden“\)](#)

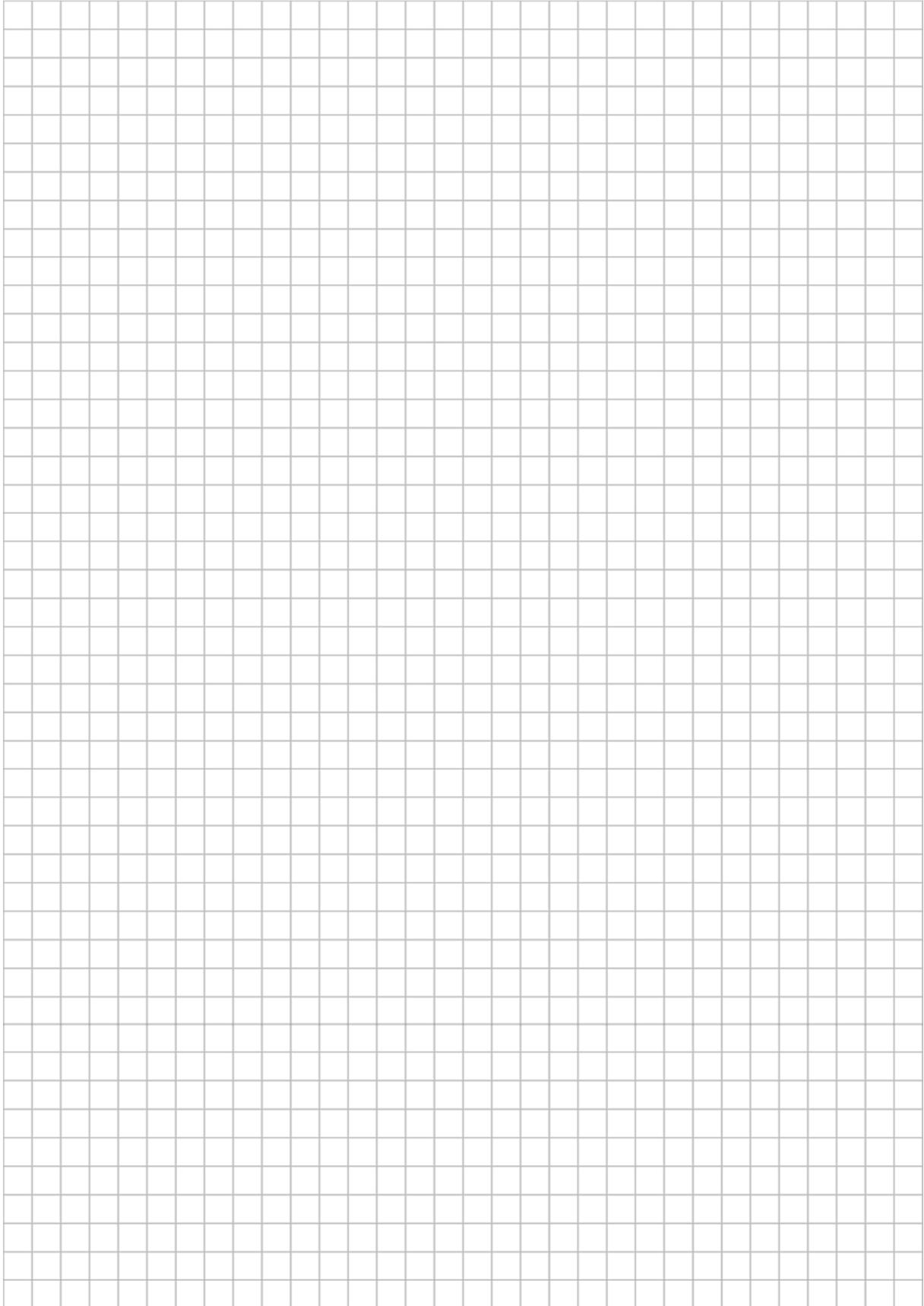


3) Überprüfe deine Ergebnisse aus 1), indem du die Ungleichung  $f(x) > g(x)$  **rechnerisch** löst.



## 10 Lineare Ungleichungen lösen: Übungsaufgaben

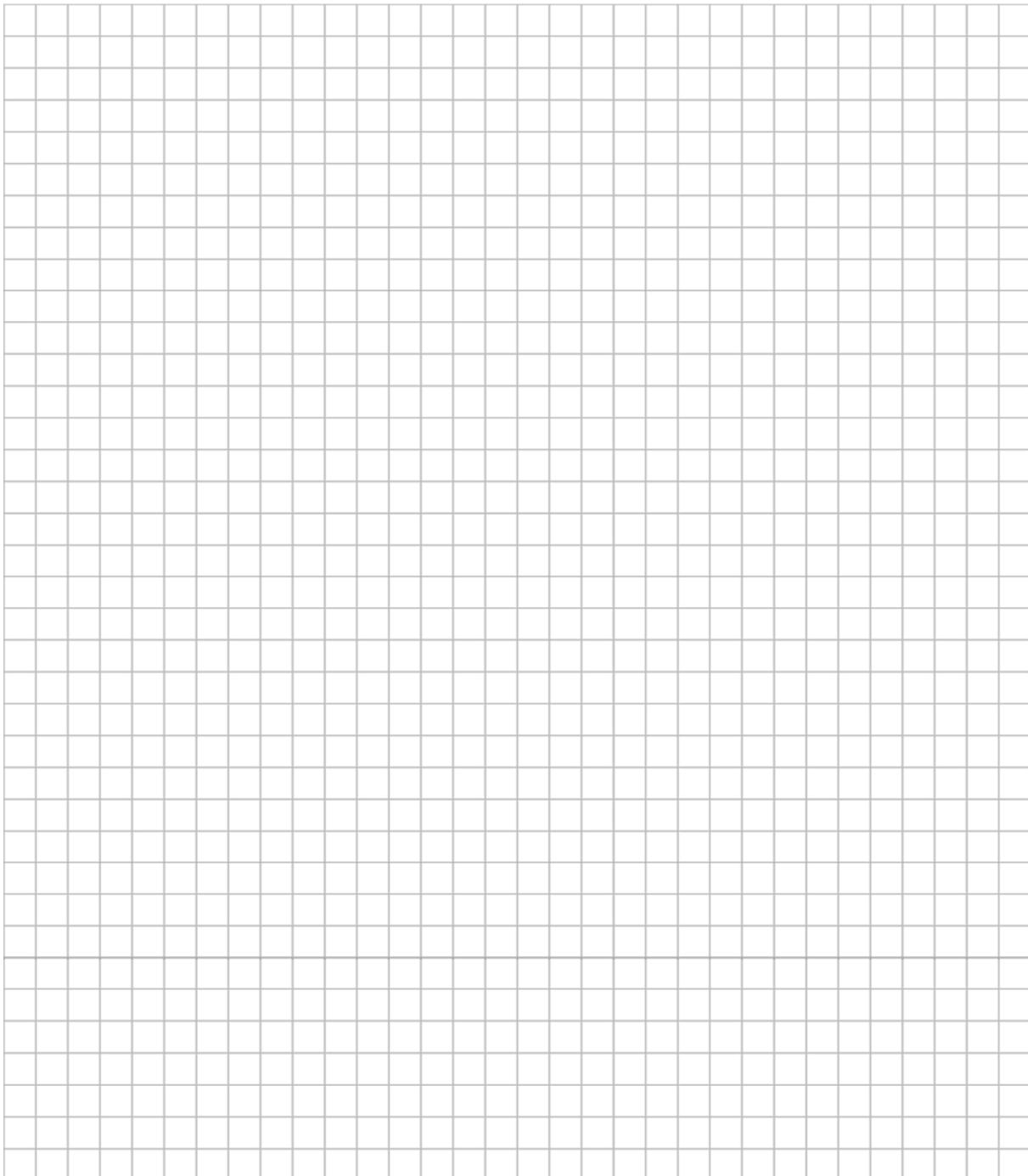
- 4) Zeichne zwei Geraden, die du dir selber aussuchst in ein Koordinatensystem. Lasse anschließend die Aufgaben 1)-3) von deinem Banknachbarn lösen.



# 10 Lineare Ungleichungen lösen: Übungsaufgaben

**Aufgabe 2:** Gegeben sind im Folgenden die auf ihrem maximalen Definitionsbereich gegebenen Funktionen  $f$  und  $g$ . Die Graphen von  $f$  und  $g$  werden mit  $G_f$  und  $G_g$  bezeichnet. Bestimme die Intervalle, in denen  $f(x) \leq g(x)$  gilt durch Rechnung.

a)	$f(x) = \frac{1}{2}x - 3$ $g(x) = -\frac{1}{2}x + 2$	b)	$f(x) = x - 4$ $g(x) = -x$	c)	$f(x) = -\frac{1}{3}x + 4$ $g(x) = 2x + 1,5$	d)	$f(x) = -\frac{1}{3}x + 1$ $g(x) = -\frac{1}{3}x + 2$
e)	$f(x) = \frac{1}{2}x$ $g(x) = 1$	f)	$f(x) = -x - \frac{1}{8}$ $g(x) = -x + 4$	g)	$f(x) = -\frac{1}{8}x + \frac{1}{2}$ $g(x) = -\frac{1}{3}x + 0,5$	h)	$f(x) = -x - 1$ $g(x) = -\frac{1}{3}x - 9$



## 10 Lineare Ungleichungen lösen: Übungsaufgaben

**Aufgabe 3:** Entscheide jeweils, ob die folgenden Aussagen über zwei gegebene Funktionen  $f$  und  $g$  wahr oder falsch sind. Begründe deine Entscheidung.

a) Wenn die Graphen von  $f$  und  $g$  parallel sind, dann gilt  $f(x) > g(x)$  auf ganz  $\mathbb{Q}$ .

b) Wenn auf einem gegebenen Intervall der Graph von  $f$  oberhalb des Graphen von  $g$  liegt, dann gilt in diesem Intervall  $f(x) > g(x)$ .

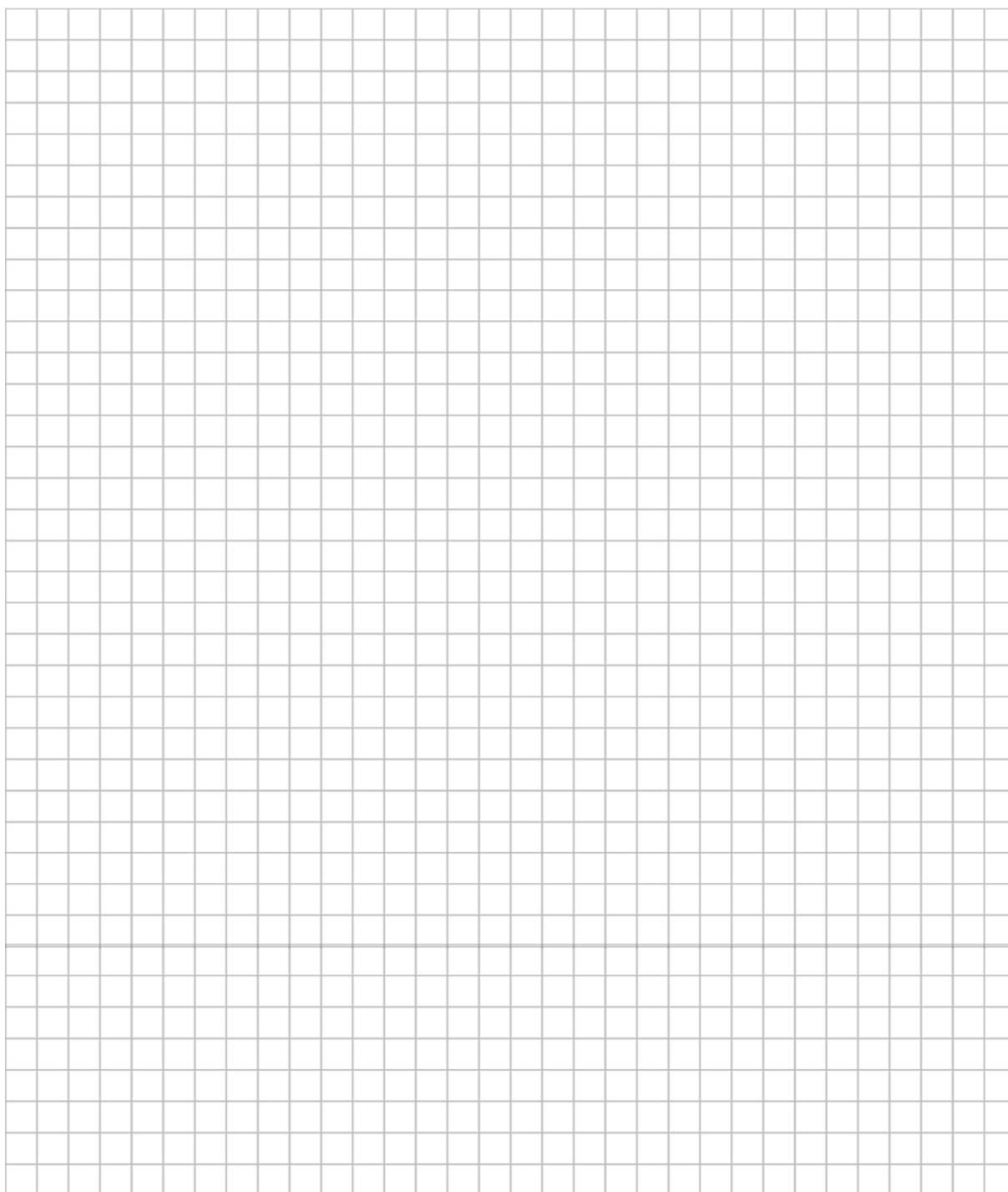
c) Die Lösungsmenge bei linearen Ungleichungen kann auch die leere Menge sein.

d) Wenn  $f(x) = 2$  gilt, dann schneiden sich die Graphen von  $f$  und  $g$  an der Stelle  $x = 2$ .

# 10 Lineare Ungleichungen lösen: Übungsaufgaben

**Aufgabe 4:** Gegeben sind im Folgenden verschiedene Ungleichungen. Bestimme mithilfe von Äquivalenzumformungen die Lösungsmenge  $\mathbb{L}$  über der Grundmenge  $\mathbb{Q}$ .

a)	$5x - 3 < 7$	b)	$2x - 4 \geq 8$	c)	$-4x + 4 < x + 2$
d)	$-\frac{1}{3}x + 1 > \frac{1}{2}x - 1$	e)	$\frac{1}{2}a - 5 \leq 2a$	f)	$-a - \frac{1}{8} < 3(2a + 1)$
g)	$\frac{1}{3}(a - 6) \leq -a$	h)	$\frac{3}{4}c - 5 \leq -\frac{1}{6}c$	i)	$\frac{1}{2}(3 - 2c) > -2(c + 1)$



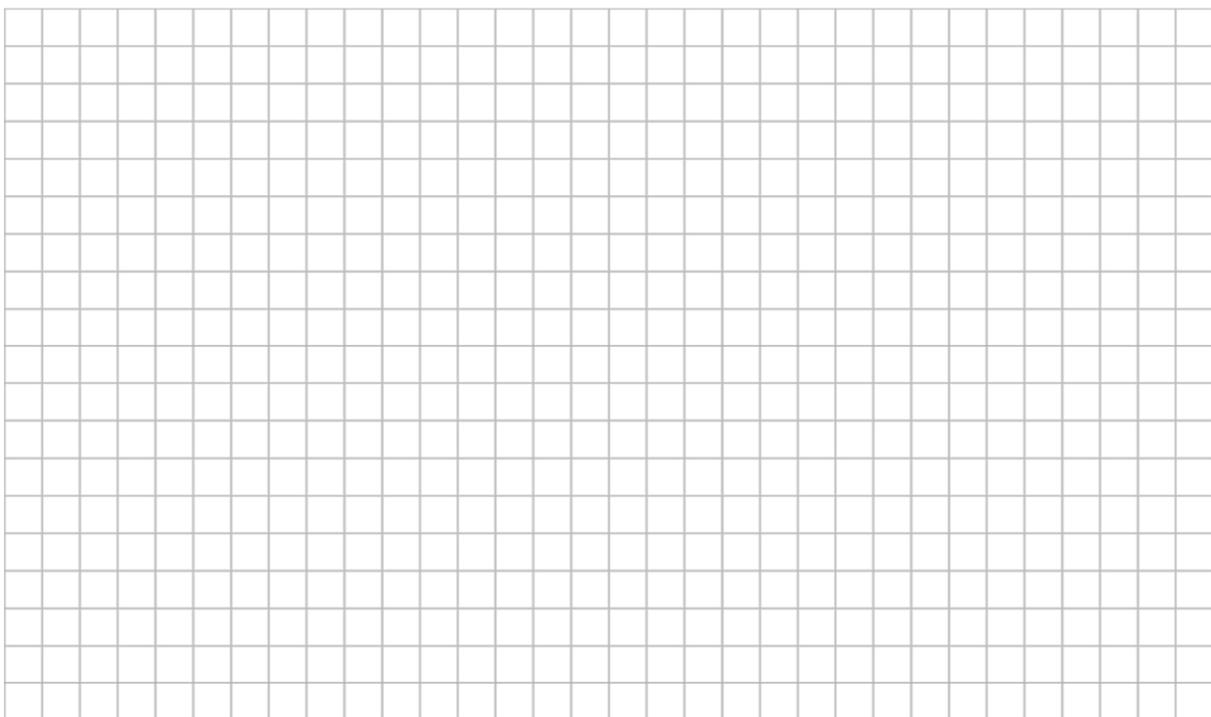


# 10 Lineare Ungleichungen lösen: Übungsaufgaben

b) Stelle jeweils eine Funktionsgleichung für Unternehmen A und B auf, wobei  $x$  für die Länge der Fahrstrecke in Kilometern und  $y$  für die dazugehörigen Kosten in Euro steht.



c) Bestimme, bis zu wie vielen Kilometern es sich finanziell lohnt mit Unternehmen A zu fahren.



d) Zeichne die zu den beiden Funktionsgleichungen zugehörigen Graphen mit Hilfe einer dynamischen Geometriesoftware. Löse anschließend Aufgabenstellung c) graphisch.

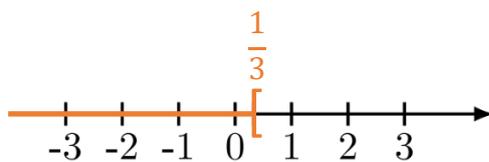
# 10 Lineare Ungleichungen lösen: Übungsaufgaben

**Aufgabe 7:** Gegeben sind im Folgenden Ungleichungen. Bestimme jeweils das Lösungsintervall unter der Grundmenge  $\mathbb{Q}$  und veranschauliche das Ergebnis auf einem Zahlenstrahl.

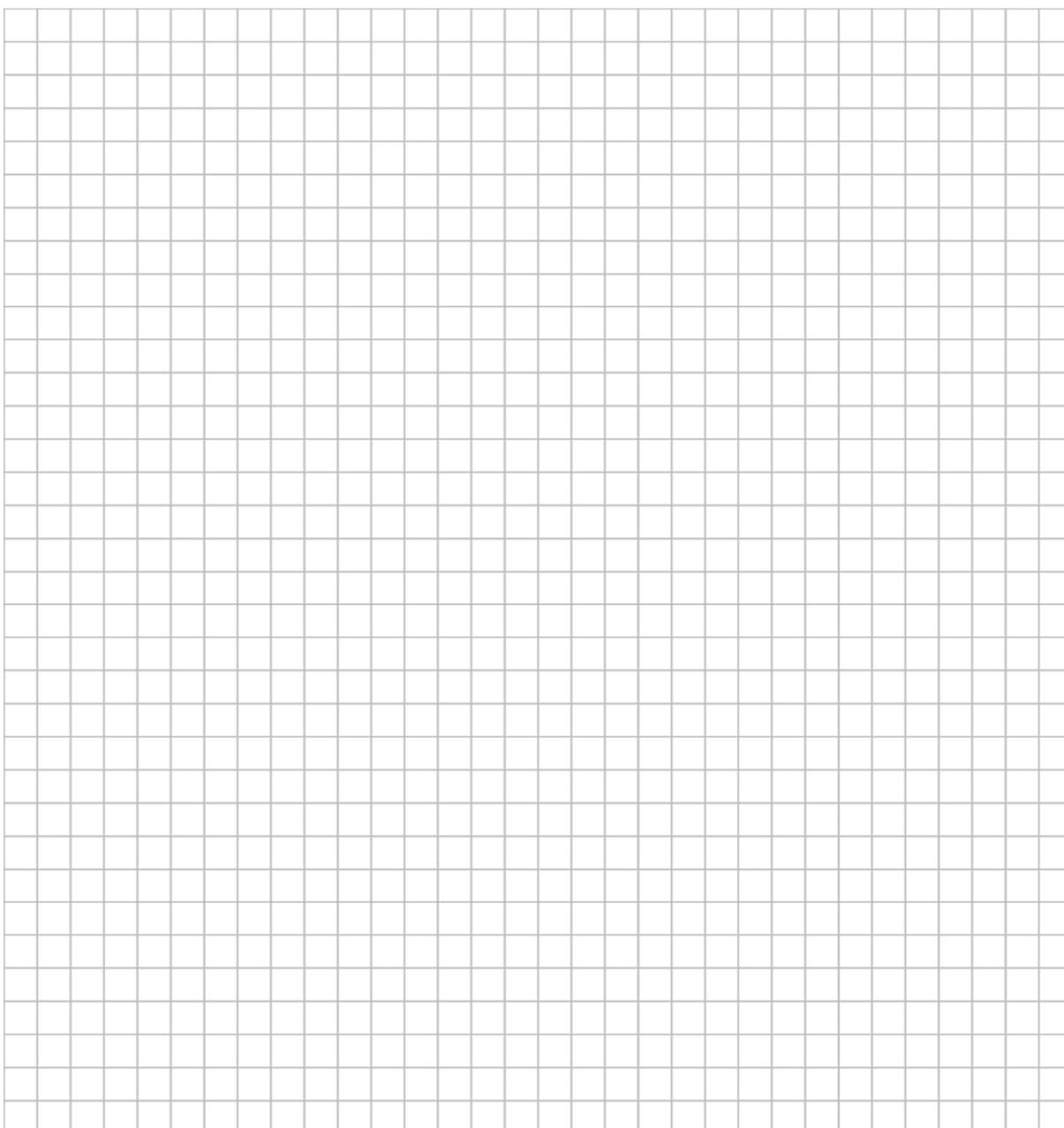
Beispiel:

$$6x < 2 \quad | :6$$

$$x < \frac{1}{3}$$



a)	$3(x - 3) < 4x - 5$	b)	$2\left(x + \frac{1}{2}\right) \geq 4x + \frac{1}{2}$	c)	$-\frac{1}{2}\left(\frac{x}{4} + 4\right) < x + 1$
d)	$-\frac{1}{3}x - 3 > \frac{1}{16}x - 3$	e)	$-3 + \frac{1}{2}x \leq 2\left(\frac{1}{4}x + 3\right)$	f)	$-(x + \frac{1}{2}) < \frac{1}{2}(2x + 6)$
g)	$\frac{x - 27}{9} > \frac{1}{3}x - \frac{1}{9}$	h)	$\frac{1}{3}x - 1 < 2(x + 2)$	i)	$\frac{1 - x}{8} > \frac{2 - 2x}{8}$

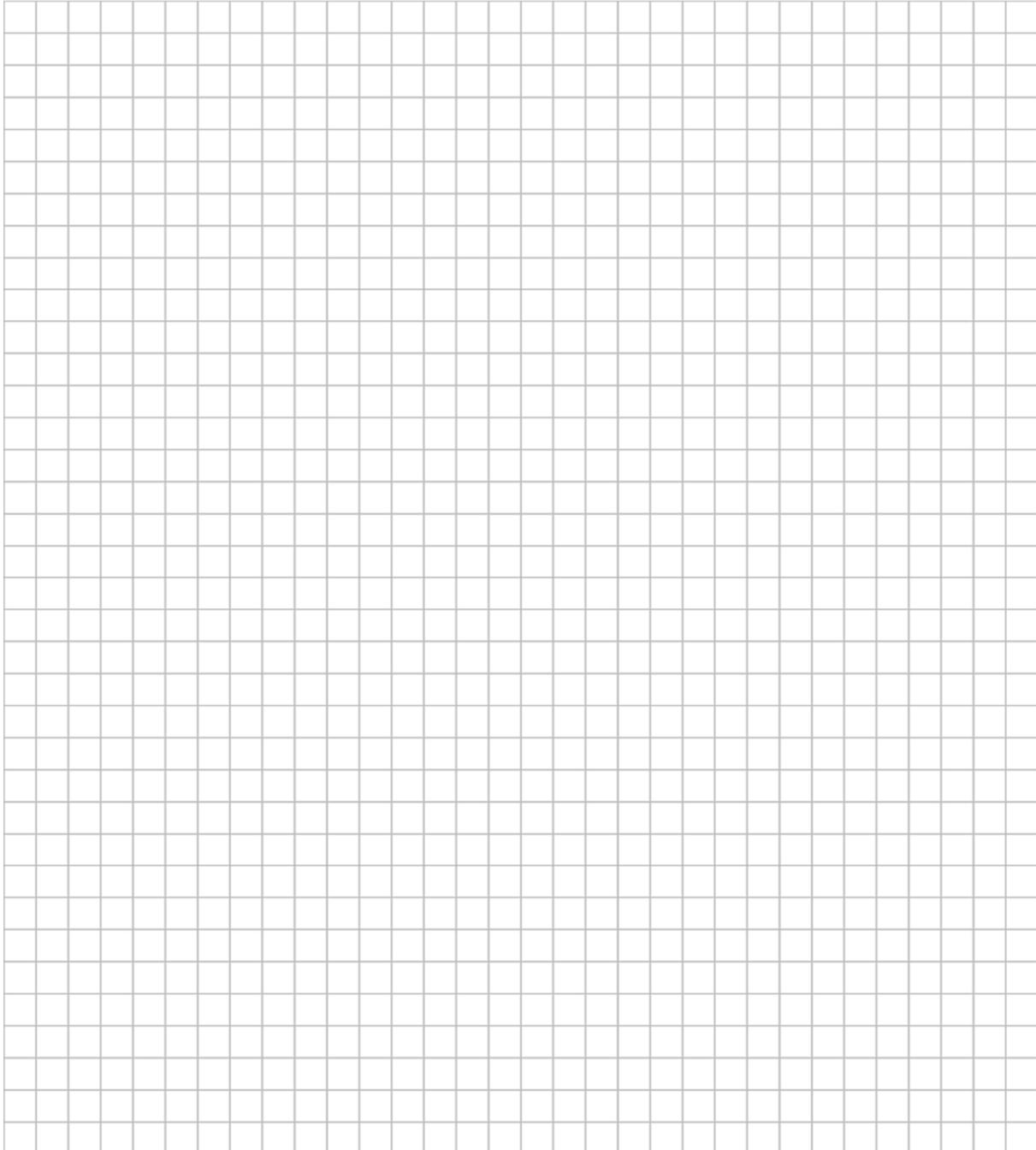


# 10 Lineare Ungleichungen lösen: Übungsaufgaben

**Aufgabe 8:** Gegeben sind im Folgenden jeweils zwei Ungleichungen.

a)	$x - 3 > 2$ $x + 2 < 10$	b)	$\frac{1}{2}x - 2 \leq \frac{1}{3}x$ $-x < -5 - \frac{1}{2}x$	c)	$-\frac{1}{3}x + 4 > \frac{1}{3}x + 2$ $2x + 1,5 > -\frac{3}{2} + x$	d)	$x + 1 < 0$ $x + 2 < 5$
e)	$\frac{1}{2}x \leq -\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}$ $2x > -2 + \frac{1}{4}x$	f)	$-x - \frac{1}{8} > \frac{3}{4} + x$ $x + \frac{1}{2} \geq \frac{1}{3}x + 2$	g)	$1 + \frac{1}{2}x < \frac{1}{8}(x + 4)$ $-\frac{1}{3}x + 0,5 \geq \frac{1}{4}x$	h)	$-(x - 1) \geq -\frac{1}{2}x$ $-\frac{1}{3}x + \frac{14}{12} \leq \frac{1}{4}x$

1) Bestimme jeweils, für welche Werte von  $x$  die beiden Ungleichungen erfüllt sind.



## 10 Lineare Ungleichungen lösen: Übungsaufgaben

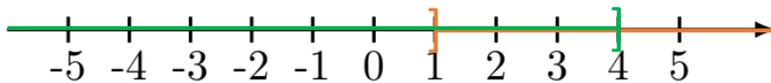
2) Veranschauliche die Intervalle jeweils auf einem gemeinsamen Zahlenstrahl.



3) Folgere daraus, für welche Werte von  $x$  jeweils beide Ungleichungen gleichzeitig erfüllt sind und gib das entsprechende Lösungsintervall an.

Beispiel:

$$\begin{array}{lcl} x - 1 > 0 & | +1 & x + 2 \leq 6 & | -2 \\ x > 1 & & x \leq 4 & \end{array}$$



$$\rightarrow 1 < x \leq 4; \mathbb{L} = ]1; 4];$$

