Übungen: Scheitelpunktform quadratischer Funktionen

Aufgabe 1: Gegeben sind die folgenden auf ihrem maximalen Definitionsbereich gegebenen quadratischen Funktionen f_1 bis f_6.

$f_1(x) = 2x^2 - 4x + 8$	$f_2(x) = -2x^2 - 8x + 3$	$f_3(x) = x^2 + 3x + 14$
$f_4(x) = 0{,}3x^2 + x + 5$	$f_5(x) = -0{,}25x^2 + 3x$	$f_6(x) = \frac{1}{3}x^2 + 2x - 1$

Bearbeite für jede Funktion die Aufgaben a) – b).

a) Bestimme durch möglichst einfache Rechenschritte die Scheitelpunktform der Funktion. Gib den Scheitelpunkt des zugehörigen Graphen der Funktion an.

b) Zeichne den Graphen der Funktionen mithilfe einer Wertetabelle in ein Koordinatensystem.

Aufgabe 2: Gegeben sind die folgenden quadratischen Funktionen f_1 bis f_6. Bestimme jeweils die Scheitelpunktform der Funktion.

$f_1(x) = x^2 - 2{,}5x + 5$	$f_2(x) = -0{,}2x^2 + 4x - 1$	$f_3(x) = \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{3}x$
$f_4(x) = 0{,}25x^2 + \frac{1}{8}x - 2$	$f_5(x) = \frac{1}{7}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{5}$	$f_6(x) = \frac{1}{8}x^2 + 3x - 2$

Aufgabe 3: Die Golden Gate Bridge ist eine Hängebrücke und ein Wahrzeichen San Franciscos. Sie wurde 1937 fertiggestellt und war zu diesem Zeitpunkt die längste Hängebrücke der Welt. Der komplette Brückenzug ist dabei 2737 Meter lang.

Im Querschnitt beschreibt das durchhängende Seil in der Mitte der Brücke näherungsweise eine Parabel. Die zugehörige quadratische Funktion f kann durch die Funktionsgleichung $f(x) = \frac{280}{819200}x^2 + 20$ mit $\mathbb{D}_f = [-640; 640]$ beschrieben werden, wobei x und y in Metern angegeben werden. Dabei wird die x-Achse des Koordinatensystems auf Höhe der Straße gelegt.

a) Gib an, wo in der Zeichnung die y-Achse liegen muss. Begründe deine Entscheidung.

b) Die beiden höchsten Punkte der Brücke werden an den Brückenpfeilern erreicht. Die Straße befindet sich 67 Meter oberhalb des Meeresspiegels. Bestimme die Höhe oberhalb der Meeresspiegels, an den höchsten Punkten der Brücke.

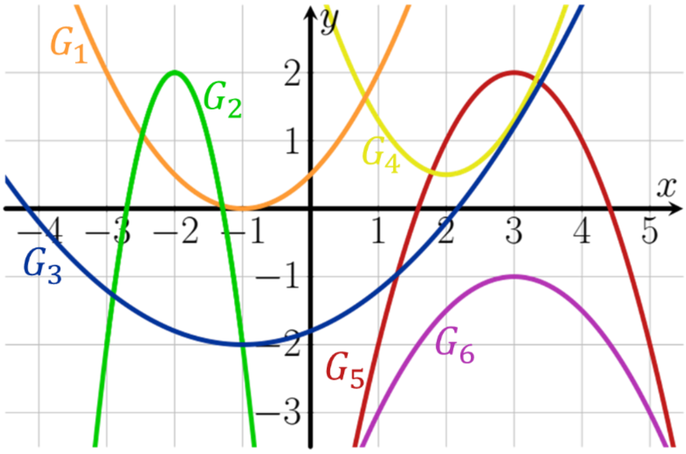
c) Bestimme, wie weit das Seil am niedrigsten Punkt oberhalb der Straße hängt.

Klicke hier oder verwende den QR-Code, um deine Ergebnisse zu überprüfen.

Aufgabe 4: Gegeben sind die folgenden Graphen G_1 bis G_6 quadratischer Funktionen.

a) Gib jeweils den Scheitelpunkt der Parabel und deren Öffnung an.

b) Gib jeweils die Wertemenge der zugehörigen quadratischen Funktion an. Hilfe gibt es hier:



Aufgabe 5: Gegeben sind die folgenden quadratischen Funktionen f_1 bis f_6.

$f_1(x) = 2(x-3)^2$	$f_2(x) = -0{,}5(x+2)^2 + 2$	$f_3(x) = \frac{1}{27}x^2 - \frac{1}{3}$
$f_4(x) = 0{,}1(x-2)^2 - 1{,}6$	$f_5(x) = \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{7}$	$f_6(x) = -\frac{1}{2}(x-1)^2 - 1$

Bearbeite für jede Funktion die Aufgaben a) – d).

a) Gib den Scheitelpunkt der zugehörigen Parabel und deren Öffnung an.

b) Gib an, wie viele Nullstellen die Funktion hat. Begründe deine Entscheidung. Berechne anschließend die Nullstellen der Funktion, falls diese existieren.

c) Zeichne den Graphen der Funktion in ein Koordinatensystem. Markiere die Nullstellen der zugehörigen Funktion, indem du die entsprechende(n) Stelle(n) auf der x-Achse einkreist.

d) Gib die Wertemenge der Funktion an. Hilfe dazu gibt es hier:

Aufgabe 6: Stelle die Funktion h in einer DGS mit $h(x) = a \cdot (x - x_s)^2 + y_s$ dar. (Hinweis: Die Variablen x_s und y_s müssen eventuell zunächst definiert werden, bevor die Funktionsgleichung dargestellt werden kann.)

a) Untersuche, wie sich der Graph von h in Abhängigkeit verschiedener Werte von x_s und y_s im Koordinatensystem verschiebt. Erstelle Merksätze dazu. Die folgenden Lückentexte können dir dabei helfen.

- Eine Veränderung von x_s um den Wert $+1$ sorgt für eine Verschiebung des Graphen in ______________ um eine Längeneinheit nach ______.

- Eine Veränderung von x_s um den Wert -1 sorgt für eine Verschiebung des Graphen in ______________ um eine Längeneinheit nach ______.

b) Untersuche für welche Werte von a und y_s die Funktion h **keine**, **genau eine** oder **genau zwei** Nullstellen besitzt.

Klicke hier oder verwende den QR-Code, um deine Ergebnisse zu überprüfen.

Hügel-Schule