Übungen: Einführung quadratischer Funktionen

Aufgabe 1: Gegeben sind die folgenden auf ihrem maximalen Definitionsbereich gegebenen quadratischen Funktionen f_1 bis f_6.

$f_1(x) = 2x^2 - 4x + 8$	$f_2(x) = -2x^2 - 8x + 3$	$f_3(x) = x^2 + 3x + 14$
$f_4(x) = 0{,}3x^2 + x + 5$	$f_5(x) = -0{,}25x^2 + 3x$	$f_6(x) = \frac{1}{3}x^2 + 2x - 1$

Bearbeite für jede Funktion die Aufgaben a) und b).

a) Ordne die Koeffizienten den Variablen a, b und c aus dem allgemeinen Funktionsterm $ax^2 + bx + c$ zu.

b) Zeichne den Graphen der Funktion mithilfe einer Wertetabelle in ein Koordinatensystem.

Merke: Bei der allgemeinen Form (auch allgemeine Parabelform genannt) einer quadratischen Funkt f mit $f(x) = ax^2 + bx + c$ wird $|a|$ die Öffnungsweite genannt.

Aufgabe 2: Stelle mithilfe einer dynamischen Geometriesoftware (DGS) den Graphen der Funktion f mit $f(x) = a \cdot x^2$ und den Graphen der Funktion g mit $g(x) = x^2$ (Normalparabel) dar.
Vergleiche die verschiedenen Graphen für verschiedene Werte von der Öffnungsweite a mit der Normalparabel. Vervollständige dann die folgende Tabelle.

	Die Parabel ist nach **oben/unten** geöffnet	Die Parabel ist im Vergleich zur Normalparabel **gestaucht/gestreckt**
Für $-1 < a < 0$		
Für $a < -1$		
Für $0 < a < 1$		
Für $a > 1$		

Aufgabe 3: Gegeben sind die folgenden auf ihrem maximalen Definitionsbereich gegebenen quadratischen Funktionen f_1 bis f_6.

$f_1(x) = x^2 - 2{,}5x + 5$	$f_2(x) = -0{,}2x^2 + 4x - 1$	$f_3(x) = \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{3}x$
$f_4(x) = 0{,}25x^2 + \frac{1}{8}x - 2$	$f_5(x) = 2x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{5}$	$f_6(x) = \frac{1}{8}x^2 + 3x - 2$

Bearbeite für jede Funktion die Aufgaben a) – c).

a) Entscheide jeweils, ob der Graph der Funktion eine nach oben oder nach unten geöffnete Parabel beschreibt.

b) Gib an, ob der Graph der Funktion im Vergleich zur Normalparabel gestreckt oder gestaucht ist.

c) Zeichne die Graphen der Funktionen jeweils in ein eigenes Koordinatensystem. Überprüfe deine Ergebnisse, indem du die Graphen mithilfe einer dynamischen Geometriesoftware (DGS) plotten lässt.

Klicke hier oder verwende den QR-Code, um deine Ergebnisse zu überprüfen.

Aufgabe 4: Gegeben sind die folgenden auf ihrem maximalen Definitionsbereich gegebenen quadratischen Funktionen f_1 bis f_6.

$f_1(x) = -x^2 + 3$	$f_2(x) = -0{,}75x^2$	$f_3(x) = x^2 + 1$
$f_4(x) = 0{,}25x^2 - 1$	$f_5(x) = 2x^2 - x$	$f_6(x) = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{3}$

a) Berechne jeweils die zugehörigen y-Werte zu den x-Werten $x_1 = -2$, $x_2 = 0$, und $x_3 = 4$.
b) Bestimme die Nullstelle(n) der Funktion rechnerisch.
c) Zeichne die Graphen mit Hilfe eines Funktionsplotters und überprüfe deine Ergebnisse aus Aufgabe 4a) und 4b). (Hinweis zu b: Die Nullstellen einer Funktion finden sich als die x-Koordinaten der Schnittpunkte der Funktionsgraphen mit der x-Achse wieder.)

Aufgabe 5: Gegeben sind die folgenden auf ihrem maximalen Definitionsbereich gegebenen quadratischen Funktionen f_1 bis f_6.

$f_1(x) = 2x^2 - x + 1$	$f_2(x) = -x^2 - 2x + 3$	$f_3(x) = x^2 + 1{,}5x + 1$
$f_4(x) = 0{,}2x^2 + x$	$f_5(x) = -0{,}75x^2$	$f_6(x) = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{3}x$

a) Ermittle jeweils durch Rechnung, ob die Punkte $A(1|2)$, $B(0|1)$, $C(2|-3)$ und $D(-1|-1)$ auf, oberhalb oder unterhalb des jeweiligen Graphen liegen.
(Tipp: Setze den x-Wert jeweils in die Funktionsgleichung ein und vergleiche.)
b) Zeichne die Graphen der Funktionen jeweils mit Hilfe eines Funktionsplotters. Überprüfe anschließend deine Ergebnisse aus Aufgabe a).
c) Erstelle eine Aufgabe mit folgenden Kriterien:
   - Gegeben ist die auf ihrem maximalem Definitionsbereich gegebene Funktion f mit einer von dir gewählten Funktionsgleichung.
   - Gib drei Punkte an, von denen einer auf, einer oberhalb und einer unterhalb des Graphen von f liegt.
   - In der Aufgabenstellung ist zu entscheiden, ob der jeweilige Punkt auf, oberhalb oder unterhalb des Graphen liegt.

Aufgabe 6: Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = x^2 - 4$.
a) Berechne $f(-1)$, $f(1)$ und $f(3)$.
b) Bestimme die Schnittpunkte vom Graphen G_f von f mit den Koordinatenachsen.
(Hilfe: [Ansätze zu Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen hier](#))
c) Erläutere für welchen x-Wert der kleinste Funktionswert entsteht. Entscheide, ob es auch einen größten Funktionswert gibt, den f annehmen kann.