Lehrwerk:

Lineare Funktionen

Autor: Hügel Rudolf

Hügel-Schule

Inhaltsverzeichnis

01 Zuordnungen: Einführung

Lineare Funktionen

Zuordnungen

Beispielaufgabe:
Familie Gergely verbraucht durchschnittlich alle zwei Tage eine Rolle Toilettenpapier.

a) Erstelle eine Tabelle, die den Zusammenhang zwischen vergangenen Tagen und verbrauchtem Toilettenpapier darstellt.
Lösung:

Tage x	2	4	6	8	10	12
verbrauchtes Toilet-tenpapier y	1	2	3	4	5	6

b) Gib eine Gleichung an, die den Zusammenhang zwischen den Tagen x und dem verbrauchten Toilettenpapier y darstellt.
Lösung:
$y = \frac{1}{2}x$
Setzt man nun eine Zahl für x in die Gleichung ein, dann erhält man den zugehörigen y-Wert aus der Tabelle.

Merke:
Der **Zusammenhang zwischen** den Elementen zweier **Größen**, z.B. vergangene Tage und verbrauchtes Toilettenpapier, kann mathematisch durch **Zuordnungen $x \mapsto y$** beschrieben werden. Diese Zuordnungen können aber auch mit Hilfe einer Tabelle (vgl. Beispielaufgabe a)) dargestellt werden.

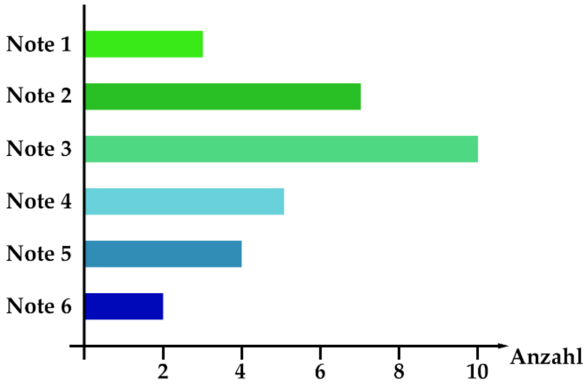
c) Stelle den Zusammenhang aus Aufgabe a) dar, indem du die konkreten Zuordnungen durch Pfeile angibst.
Lösung:

Tage x		Verbrauchtes Toilettenpapier y
2	$\mapsto$	1
4	$\mapsto$	2
6	$\mapsto$	3
8	$\mapsto$	4
10	$\mapsto$	5
12	$\mapsto$	6

Aufgabe 1: Erstelle eine Tabelle, in der du…

a) …4 von deinen Mitschülern die entsprechende Haarfarbe zuordnest.
b) …vier verschiedenen Städten ihre Autokennzeichen zuordnest.
c) …vier Gegenständen aus deiner Wohnung dem jeweiligen Zimmer zuordnest.
d) …verschiedenen Anzahlen von Eiskugeln ihren Preis zuordnest, wenn das Eis pro Kugel 0,70 € kostet.
e) Stelle die Zusammenhänge von a) bis d) dar, indem du die jeweiligen Zuordnungen mit Hilfe von Pfeilen angibst.

Aufgabe 2: Die Ergebnisse der Mathematikschulaufgabe aus Karl Friedrichs Klasse werden in folgendem Balkendiagramm dargestellt.



a) Gib an, wie häufig die Note 2 geschrieben wurde.
b) Stelle die Zuordnung in einer Tabelle dar.
c) Nutze ein Tabellenkalkulationsprogramm, um die Ergebnisse auf eine weitere Diagrammart darzustellen. Rufe bei Bedarf durch Klicken auf die Aufgabe oder Scannen des QR-Codes eine Datei zur Unterstützung auf.

Aufgabe 3: Am Flughafen München konnte am 30.05.2021 die Währung Euro in die Währung Dollar für einen Kurs von 1,3 gewechselt werden. Das bedeutet, dass man für einen Euro genau 1,3 Dollar erhält.

a) Erstelle eine Geldwechseltabelle für 1€, 10€, 100€, 500€, 1000€, 2000€ und 5000€.
b) Bestimme, wie viel Euro man beim Rückwechseln für einen Dollar bekommt. Runde auf zwei Nachkommastellen.
c) Erstelle eine Wertetabelle für 1$, 10$, 100$, 1000$, 2000$ und 5000$.
d) Erstelle in einem Tabellenkalkulationsprogramm zwei Umrechnungsfelder, bei denen man einen Eurowert bzw. Dollarwert eingeben kann und den Wert der jeweils anderen Währung erhält. Rufe bei Bedarf durch Klicken auf die Aufgabe oder durch Scannen des QR-Codes eine Datei zur Unterstützung auf.

Aufgabe 4: Ein Supermarkt verkauft Kirschen für einen Preis von 1,49€ pro 100 Gramm.

a) Erstelle eine Preistabelle für $50\ g$, $100\ g$, $150\ g$, …, $300\ g$.
b) Erläutere welche Schwierigkeiten bei den Preisen aus Aufgabe a) auftreten und überlege dir eine mögliche Lösung.
c) Im Folgenden steht die Variable x für das Gewicht der Kirschen in Gramm und die Variable y für den zugehörigen Preis in Euro. Gib an, welchen Wert die Unbekannte c haben muss, damit $y = c \cdot x$ den Zusammenhang zwischen x und y korrekt beschreibt.
d) Überlege dir einen eigenen Betrag in Euro (z.B. 5€ oder 10€) und lasse deinen Banknachbarn berechnen, wie viel Gramm Kirschen davon gekauft werden könnten. Stellt eure Aufgaben anschließend der Klasse vor.

Aufgabe 5: Für eine Taxifahrt in Regensburg zahlte man in Jahr 2020 eine Grundgebühr von 4,80€. Der Kilometerpreis lag bei 2,10€.

a) Erstelle eine Kostentabelle für Fahrt von 2, 5, 10, 20 und 50 Kilometern.
b) Zeichne ein angemessenes Diagramm zu der Tabelle aus Aufgabe 5a).
c) Gib einen passenden Term an, mit dem die Zusammenhänge dargestellt werden können, wobei x für die gefahrenen Kilometer und y für den zugehörigen Preis steht.
d) Bestimme, wie weit man für 30€ fahren kann.
e) Bestimme, wie viel Euro dein Schulweg mit dem Taxi kosten würde.

Klicke hier oder verwende den QR-Code, um deine Ergebnisse zu überprüfen.

02 Wertetabellen und Graphen: Einführung

Wertetabellen und Graphen

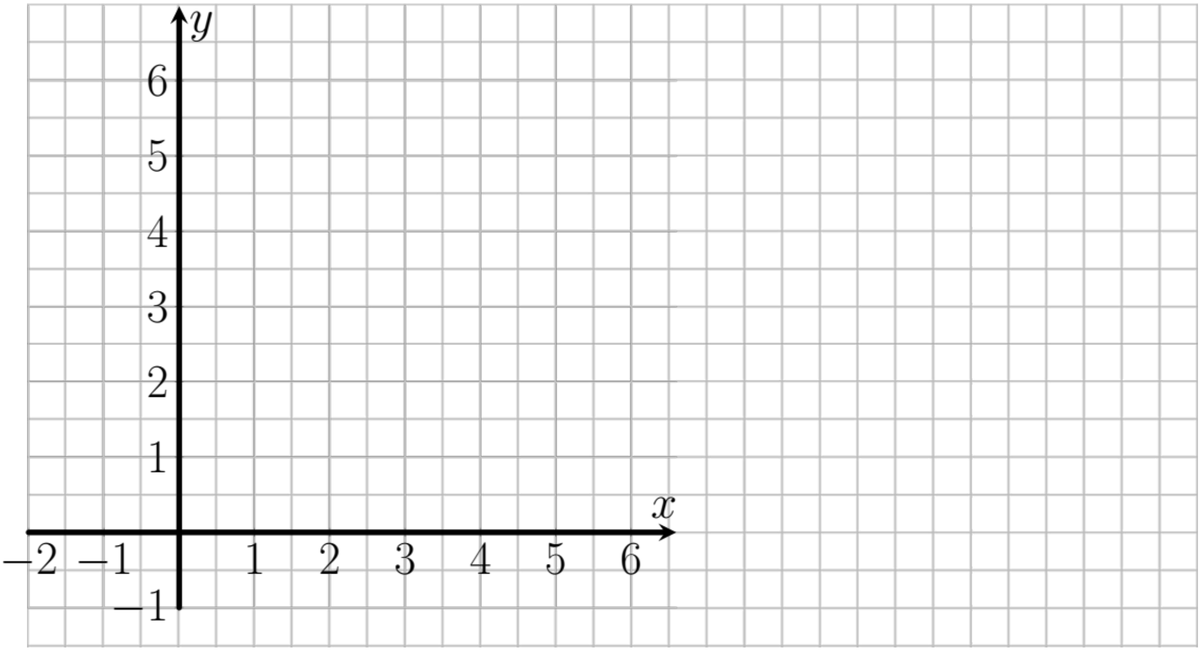
1. Klicke hier oder scanne den QR-Code, um das zugehörige Video anzusehen.

2. Gegeben ist die Gleichung $y = -0{,}5x + 3$.

   a) Vervollständige die folgende Wertetabelle, in der die y-Werte noch jeweils bestimmt werden müssen.

x	**-2**	**-1**	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
y								

   b) Übertrage die Werte aus der Tabelle in ein entsprechendes x-y-Koordinatensystem.



   c) Verbinde die Punkte aus b) mit Hilfe einer Geraden.

   d) Zeichne farbig den Punkt P an der Stelle $x = 1{,}5$ ein. Gib die Koordinaten des Punktes an.

02 Wertetabellen und Graphen: Übungsaufgaben

Aufgabe 1: Gegeben sind die folgenden Gleichungen unter der Grundmenge $\mathbb{Q}$.

a)	$y = -0{,}5x + 3$	b)	$y = \frac{1}{4}x + 4$	c)	$y = \frac{1}{3}x + 1$	d)	$y = \frac{1}{2}x - 0{,}5$
e)	$y = -x - 1$	f)	$y = \frac{1}{2}x + 2$	g)	$y = -\frac{1}{3}x + 4$	h)	$y = -x + 5$
i)	$y = \frac{1}{2}x$	j)	$y = \frac{1}{6}x - 1$	k)	$y = -\frac{1}{8}x + 2{,}5$	l)	$y + 2x = 3$

1) Erstelle eine Wertetabelle für die ganzzahligen x-Werte von -2 bis 5.
2) Zeichne die Wertepaare jeweils in ein eigenes Koordinatensystem und verbinde die Punkte mit Hilfe einer Geraden.
3) Lese die Koordinaten des Punktes $P_{1,5}$ für $x = 1{,}5$ vom Graphen ab.

Aufgabe 2: Im Folgenden ist eine Wertetabelle gegeben, die zu einer linearen Gleichung zugehörig ist. Entscheide jeweils, ob die folgenden Behauptungen richtig sind. Begründe und gib gegebenenfalls die korrekte Lösung an.

x	**-2**	**-1**	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
y	3	2,5	2	1,5	1	0,5	0	-0,5

a) Das dritte Wertepaar in der Tabelle kann dem Punkt $A(2|0)$ im x-y-Koordinatensystem zugeordnet werden.
b) Die Wertepaare erfüllen alle die Gleichung $y + 0{,}5x = 2$.
c) Die entsprechenden Punkte im Koordinatensystem liegen alle auf einer Geraden.
d) Der zugehörige Punkt $B(4|0)$ aus der Wertetabelle liegt auf der y-Achse.
e) Die zugehörige Gerade geht durch den Ursprung.

Aufgabe 3: Gegeben sind die folgenden Gleichungen unter der Grundmenge $\mathbb{Q}$.

a)	$-y + 3 = \frac{1}{2}x$	b)	$3x + y = 2x$	c)	$y + x = -\frac{1}{8}x + 1$	d)	$y - 1 = -x - y$
e)	$-2y - 1 = \frac{1}{2}x$	f)	$3y + x = 2y$	g)	$-\frac{1}{2}y - 1 = -\frac{1}{4}x$	h)	$-\frac{1}{3}x = \frac{1}{3}y - \frac{1}{3}$

1) Erstelle eine Wertetabelle für die ganzzahligen x-Werte von -3 bis 3.
   (Tipp: Es muss zunächst nach y aufgelöst werden.)
2) Zeichne die Wertepaare jeweils in ein eigenes Koordinatensystem und verbinde die Punkte mit Hilfe einer Geraden.
3) Lese die Koordinaten des Punktes ab, der auf der y-Achse liegt.
4) Lese die Koordinaten des Punktes ab, der auf der x-Achse liegt.

03 Direkt proportionale Größen: Einführung

Direkt Proportionale Größen

1. Klicke hier oder scanne den QR-Code, um das zugehörige Video anzusehen.

2. Karl Friedrich achtet sehr auf seine Gesundheit und trinkt täglich 3 Liter Wasser. Trage die entsprechende Anzahl an getrunkenem Wasser in Litern in die Tabelle unten ein.

3. Fülle nun die dritte Zeile der Tabelle aus, indem du das jeweils verbrauchte Wasser durch die Anzahl an Tagen teilst.

vergangene Tage x								
getrunkenes Wasser in Litern y								
$\frac{\textbf{verbrauchtes Wasser}}{\textbf{Anzahl an Tagen}}$								

4. Gib eine Gleichung an, die den Zusammenhang zwischen der Größe x (vergangene Tage) und y (getrunkenes Wasser in Litern insgesamt) angibt.

5. Vervollständige die folgende Wertetabelle der Größen x und y, die eine proportionale Zuordnung beschreiben.

x	**2**		**6**	**10**
y		12	24	
$\frac{y}{x}$				

6. Vervollständige den folgenden Merksatz.

Wird durch eine bei (0,0) beginnende Zuordnung ein

beschrieben, dann spricht man von einem

(Hinweis: Der Merksatz taucht auch im Video auf.)

03 Direkt proportionale Größen: Übungsaufgaben

Aufgabe 1: Gib jeweils an, ob es sich im Folgenden um proportionale Zuordnungen handelt oder nicht.

a) Menge an Eiskugeln und der zugehörige Preis.
b) Fahrstrecke und Benzinverbrauch während einer Autofahrt.
c) Vergangene Zeit und Bakterienwachstum.
d) Länge der Seite eines Quadrats und dessen Umfang.

Aufgabe 2: Vervollständige die folgenden Wertetabellen der Größen x und y, die eine proportionale Zuordnung beschreiben.

a)

x	1		6	12
y		6	18	
$\frac{y}{x}$				

b)

x	3		6	
y		6		18
$\frac{y}{x}$		1,5		

c)

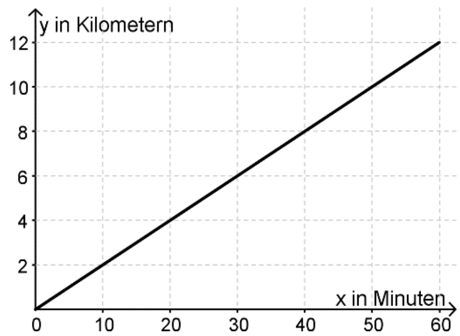
x	2	5	11	
y				33
$\frac{y}{x}$		2,2		

d) Stelle die Zusammenhänge von x und y aus Aufgabe 2 a)-c) in einem x-y-Koordinatensystem dar.

Aufgabe 3: Ein Supermarkt verkauft Kirschen für einen bestimmten Preis pro 100 Gramm. Auf den folgenden Zetteln stehen die zu den Gewichtsangaben zugehörigen Preise, wobei die letzten beiden Zettel unleserlich sind.

a) Begründe anhand der ersten drei Wertepaare, dass die Masse der Kirschen direkt proportional zum Preis in Euro ist. Gib dabei auch den Proportionalitätsfaktor c an.
b) Erstelle mit Hilfe der Preiszettel eine Wertetabelle, bei der x die Masse der Kirschen und y den zugehörigen Preis in Euro darstellt. Ergänze die fehlenden Maßzahlen.
c) Erläutere welche Schwierigkeiten bei den Preisen aus Aufgabe a) auftreten und überlege dir eine mögliche Lösung.

Aufgabe 4: Die folgende Graphik beschreibt den Zusammenhang des zurückgelegten Weges eines Joggers und der dafür benötigten Zeit.



a) Begründe, dass es sich um eine direkt proportionale Zuordnung handelt.
b) Gib den zurückgelegten Weg nach 20 Minuten an.
c) Bestimme den Proportionalitätsfaktor mit Hilfe des Graphen.

Aufgabe 5: Die Entfernung zwischen München und Berlin beträgt ca. $505km$. Auf der Online-Map von Gregor entspricht dies $14cm$.

a) Der Abstand Berlin-Prag beträgt auf der Online-Map $8cm$. Bestimme mit Hilfe der Angaben die Entfernung der beiden Städte.
b) München ist von Prag ca. $300km$ entfernt. Bestimme die Entfernung auf der Online-Map.
c) Bestimme, wie viel Zentimeter die Entfernung von deinem Zuhause zur Schule auf der Online-Map wäre.

Aufgabe 6: Ein gut bezahlter Fußballer erhält nach der Unterschrift seines Vertrags im ersten Jahr (365 Tage) 6 Millionen Euro brutto (bevor Steuern und weitere Abzüge angerechnet werden).

a) Bestimme das theoretische Gehalt des Fußballers nach 1 Monat, 1 Woche, 1 Tag, 1 Minute und 1 Sekunde.
b) Wir betrachten nun die Größen x :=“Vergangene Zeit in Sekunden nach der Vertragsunterschrift.“ und y :=“Erhaltenes Gehalt nach der Zeit x.“.
Diskutiere, ob es sich um einen direkt proportionalen Zusammenhang handelt.
c) Diskutiere in der Klasse, ob so hohe Gehälter für Fußballer gerechtfertigt sind. Notiere dazu deine Argumente (Stichworte: Unterhaltungswert, Reichweite, Managergehälter, soziale Berufe).

Aufgabe 7: Die Erde bewegt sich auf einer ellipsenförmigen Bahn um die Sonne. Im Folgenden wird mit x die vergangene Zeit in Tagen und mit y der zurückgelegte Weg im km bezeichnet. Die Erde legt pro $x = 1$ Tag einen Weg von $y = 2570000\ km$ zurück.

a) Bestimme den Weg, den die Erde in einer Woche, in einem Monat (30 Tage) und in 365 Tagen zurücklegt.
b) Erstelle eine Wertetabelle zu Aufgabe 7a) und überprüfe, ob es sich um einen direkt proportionalen Zusammenhang handelt.
c) Rechnet man den Wert $\frac{y}{x}$ aus, dann erhält man die durchschnittliche Geschwindigkeit der Erde in Kilometern pro Tag. Bestimme die durchschnittliche Geschwindigkeit der Erde in Kilometern pro Sekunde.

Aufgabe 8: Lässt man sich zu Hause ein Bad ein und dreht den Wasserhahn dabei komplett auf, dann befinden sich nach 3 Minuten etwa 60 Liter Wasser in der Wanne. In folgender Tabelle stehen die x-Werte für die vergangene Zeit in Minuten und die y- Werte für die zu diesem Zeitpunkt in der Wanne befindliche Menge Wasser in Litern.

x in min	1	2	3
y in l			60
$\frac{y}{x}$			

a) Begründe, dass es sich um einen direkt proportionalen Zusammenhang handeln muss.
b) Vervollständige die Tabelle.
c) Bestimme die Zeit, die benötigt wird, um eine Wanne mit 150 Litern zu füllen (das ist in etwa eine volle Badewanne).

04 Der Funktionsbegriff: Einführung

Der Funktionsbegriff

1. Klicke hier oder scanne den QR-Code, um das zugehörige Video anzusehen.

2. Carl Friedrich achtet sehr auf seine Gesundheit und trinkt täglich 3 Liter Wasser.

a) Trage die entsprechende Anzahl an getrunkenem Wasser in Litern in die Tabelle unten ein.

vergangene Tage x	**1**	**2**	**3**	**4**	**7**	**14**
getrunkenes Wasser in Litern y						

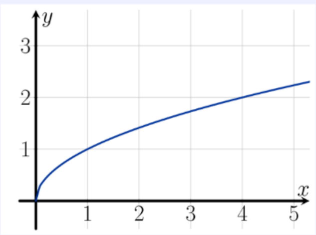
b) Gib eine Funktionsvorschrift an, wenn x die Anzahl an vergangenen Tagen und y das dabei insgesamt getrunkene Wasser beschreibt.

c) Betrachtet wird im Folgenden ein Zeitraum von 14 Tagen. Gib die Definitionsmenge an.

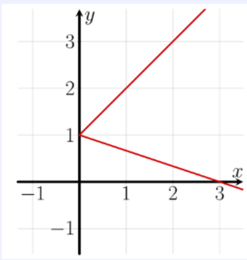
d) Betrachtet wird ein Zeitraum von 14 Tagen. Gib die Wertemenge an.

3. Wähle die Graphen aus, bei denen es sich um Graphen von Funktionen handelt.

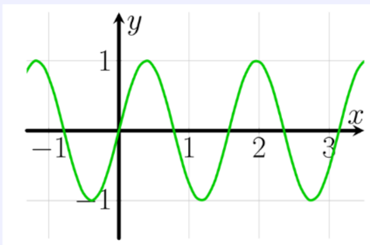
a)



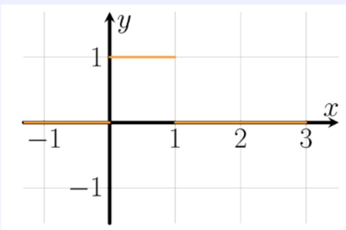
b)



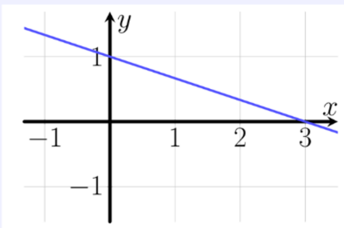
c)



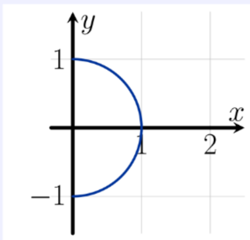
d)



e)



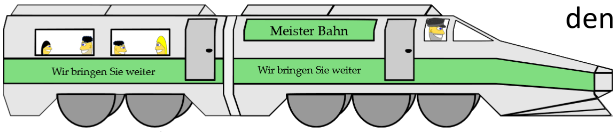
f)



04 Der Funktionsbegriff: Übungsaufgaben

Aufgabe 1: Familie Friedrich fährt mit dem Zug in den Urlaub. Nach einer Stunde Fahrt mit konstanter Geschwindigkeit hat der Zug 110 Kilometer zurückgelegt. Er fährt noch 3 Stunden mit gleichbleibender Geschwindigkeit weiter. Danach drosselt er seine Geschwindigkeit, da er in einen Bahnhof einfährt.

a) Erstelle eine Wertetabelle für die ersten 4 Stunden, wobei x die Zeit in Stunden und y den Weg in Kilometern beschreibt.



b) Begründe, dass es sich um einen funktionalen Zusammenhang handelt.

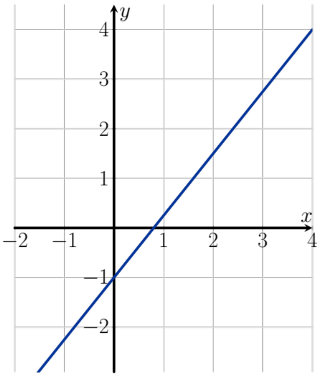
c) Gib eine Funktionsvorschrift und eine Funktionsgleichung an.

d) Gib eine sinnvolle Definitions- und Wertemenge an.

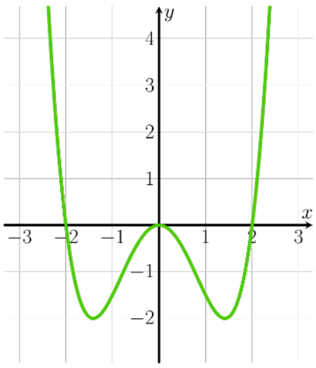
e) Zeichne den Graphen der Funktion.

Aufgabe 2: Entscheide jeweils, ob es sich um den Graphen einer Funktion handelt.

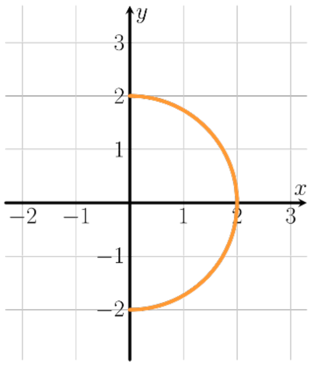
a)



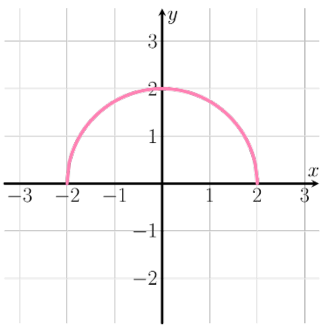
b)



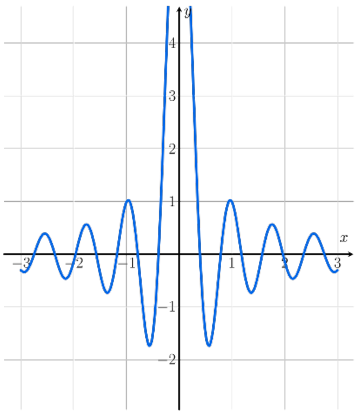
c)



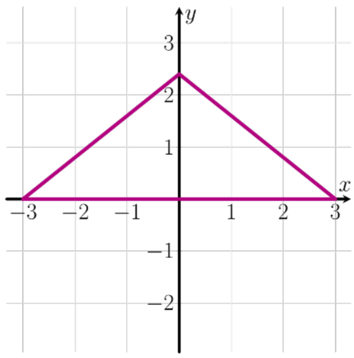
d)



e)



f)



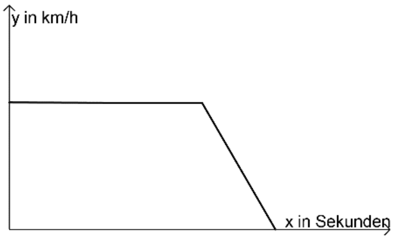
Aufgabe 3: Gegeben ist jeweils ein Zusammenhang zwischen den Werten x und y. Entscheide begründet, ob es sich um einen funktionalen Zusammenhang handelt und gib gegebenenfalls eine entsprechende Funktionsvorschrift an.

a) $y = 3x$	b) $y = 2x + 1$	c) $y = x^2$	d) $y^2 = x$	e) $(x \neq 0)$ $y = \frac{1}{x}$	f) $y^2 = x^2$	g) $y - 2 = \frac{1}{2}x$

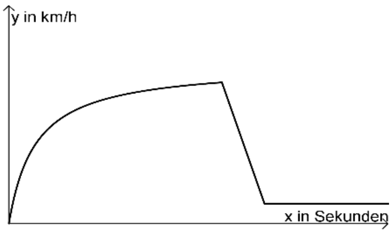
Klicke hier oder verwende den QR-Code, um deine Lösungen zu überprüfen.

Aufgabe 4: Bei einem Fallschirmsprung nimmt die Geschwindigkeit des Springers zunächst sehr schnell und dann langsamer zu. Auf Grund der Luftreibung, findet ab einer Geschwindigkeit von etwa $180\,\frac{km}{h}$ keine Zunahme mehr statt. Nach dem Öffnen des Fallschirms nimmt die Geschwindigkeit rapide ab und der Fallschirmspringer gleitet mit konstanter Geschwindigkeit zu Boden.
Gib an, welcher Graph den Verlauf eines Fallschirmsprungs am besten beschreibt und überlege dir Beispiele, die den Verlauf der anderen Graphen beschreiben könnten.

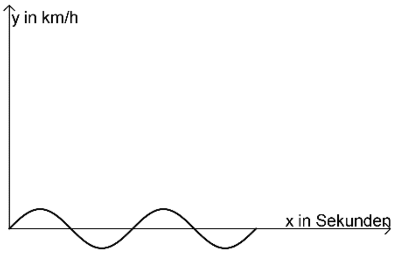
1



2

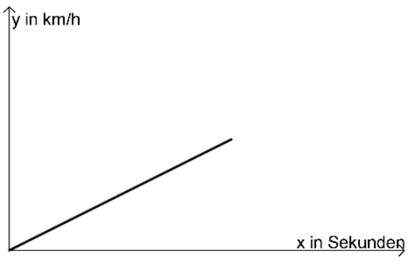


3

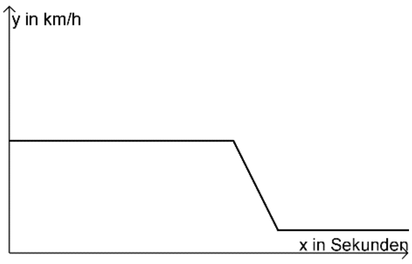


4

5



6



Aufgabe 5: Gegeben sind die Funktionen f und g mit $f(x) = x - 2$ und $g(x) = -\frac{1}{2}x + 4$ mit maximalem Definitionsbereich. Die Graphen der Funktionen werden als G_f und G_g bezeichnet.

a) Erstelle eine Wertetabelle der Funktionen mit den ganzzahligen x-Werten von -1 bis 8.
b) Zeichne die Graphen G_f und G_g der Funktionen f und g.
c) Gib den Punkt an, an dem sich beide Graphen G_f und G_g schneiden.
d) Gib die Koordinaten der Punkte an, an denen die Graphen G_f und G_g die x-Achse schneiden.
e) Verwende im Folgenden ein dynamisches Geometrie-System (DGS):
   (1) Lasse die zwei Graphen der Funktionen f und g zeichnen.
   (2) Markiere die Schnittpunkte der Graphen mit den Koordinatenachsen.
   (3) Analysiere, welche Aussage über die x-Koordinate beim Schnittpunkt von Graphen mit der y-Achse gemacht werden kann. Formuliere einen entsprechenden Merksatz. (Hinweis: Betrachte die Koordinaten dazu.)
   (4) Analysiere, welche Aussage über die y-Koordinate beim Schnittpunkt von Graphen mit der x-Achse gemacht werden kann. Formuliere einen entsprechenden Merksatz. (Hinweis: Betrachte die Koordinaten dazu.)

Aufgabe 6: Gegeben sind im Folgenden Funktionsgleichungen von Funktionen mit maximalem Definitionsbereich.

$f_1: y = 2x + 1 \qquad f_2: y = 0{,}5x \qquad f_3: y = -\frac{1}{3}x + 4$

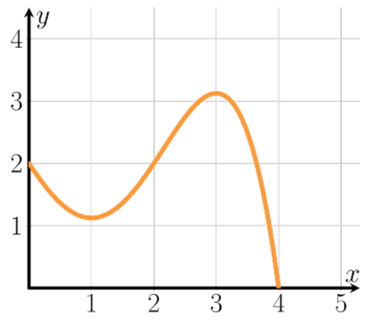
a) Setze jeweils $x = 0$ in die Funktionsgleichungen ein und berechne den entsprechenden y-Wert.
b) Setze jeweils für y den Wert 0 in die Funktionsgleichungen ein und berechne den entsprechenden x-Wert.
c) Erstelle jeweils eine Wertetabelle mit ganzzahligen x-Werten von -2 bis 4.
d) Zeichne die Graphen G_{f_1}, G_{f_2} und G_{f_3} der Funktionen f_1, f_2 und f_3.
e) Gib die Koordinaten der Schnittpunkte der Graphen der Funktionen mit den Koordinatenachsen an.
f) Vergleiche nun alle Ergebnisse aus Aufgabe a), b) und e). Erkläre, welche Zusammenhänge du entdeckst.

Aufgabe 7: Gegeben sind im Folgenden Funktionsgleichungen von Funktionen mit maximalem Definitionsbereich.

$f_1: y = 2x + 1 \qquad f_2: y = 0{,}5x \qquad f_3: y = -\frac{1}{3}x + 4$

a) Lasse die Graphen der Funktionen mit Hilfe einer DGS zeichnen und überprüfe deine Ergebnisse aus Aufgabe 6.
b) Lese die Schnittpunkte von G_{f_1}, G_{f_2} und G_{f_3} jeweils untereinander ab und gib diese an.
c) Gib jeweils einen Punkt an, der über und einen der unter allen Funktionsgraphen liegt.

Aufgabe 8: Familie Friedrich geht gerne wandern. Der folgende Graph beschreibt modellhaft für $0 \leq x \leq 4$ das Profil des Geländequerschnitts. Die zugehörige Funktion f hat die Funktionsgleichung $f(x) = -\frac{1}{8}x^4 + \frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{2}x + 2$.



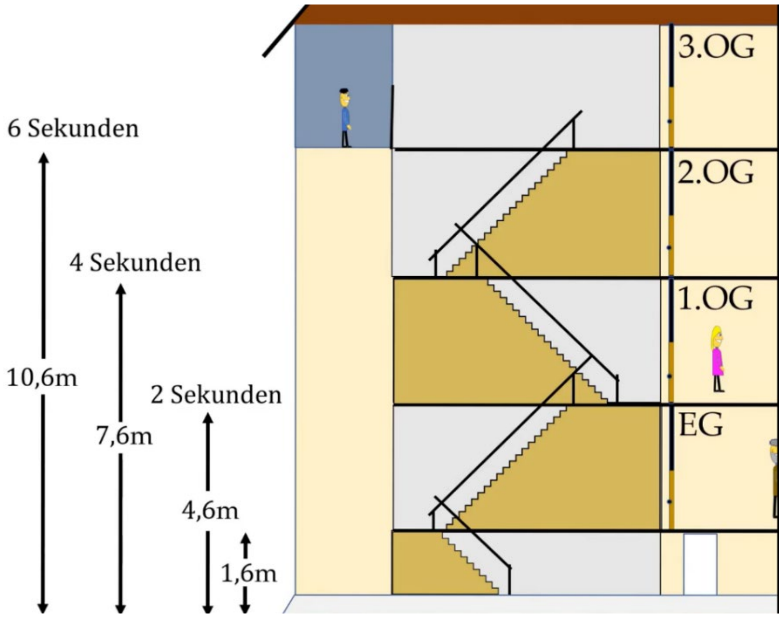
Die positive x-Achse weist nach Osten und $f(x)$ gibt die Höhe über dem Meeresspiegel an (eine Längeneinheit entspricht 100 Meter).

a) Zeichne den Graphen der Funktion mit Hilfe einer DGS.
b) Gib mit Hilfe des Graphen an, auf welcher Höhe sich Familie Friedrich zu Beginn der Wanderung befindet.
c) Lese mit Hilfe der DGS die Koordinaten des höchsten Punktes des Graphen möglichst genau ab und gib diese an.
d) Folgere aus b), wie weit sich die Familie über dem Meeresspiegel an diesem Punkt befindet und gib die entsprechende Höhe an.

05 Die allgemeine Geradengleichung: Einführung

Hallo! Ich bin Carl Friedrich und ich bin an vielen Dingen des Alltags interessiert. Ich stelle mir immer wieder Fragen, um mein Wissen über die Welt zu verbessern. Deine Mathelehrkraft hat mir erzählt, dass du mir bei Fragestellungen zur Mathematik helfen kannst. Das freut mich natürlich sehr! Vielen Dank!

Heute möchte ich gerne wissen, wie schnell der Aufzug in meinem Wohnhaus ungefähr fährt. Der Aufzug hat eine konstante Geschwindigkeit. Um die Messgenauigkeit zu verbessern, bin ich in verschieden hohe Stockwerke gefahren und habe die Zeit gemessen, die der Aufzug für die Fahrt benötigt.



1. Im Folgenden soll ein Zusammenhang zwischen der vergangenen Zeit und der dazugehörigen Höhe geschaffen werden.

a) Erstelle eine Wertetabelle, um die Situation übersichtlich darzustellen. Stelle durch x die Fahrtzeit in Sekunden und durch y die Höhe in Metern dar.

x in Sekunden				
y in Metern				

zu b)

$\Delta y =$	$\Delta y =$	$\Delta y =$

Vergleiche deine Ergebnisse mit deinem Banknachbarn.

Arbeitet im Folgenden in Partnerarbeit, um euch zu unterstützen.

b) Nach einer bestimmten Zeit nimmt die Höhe jeweils um einen bestimmten Wert zu. Diesen kannst du oben durch Δy ausdrücken.

- Schreibe oben die korrekten Werte rein.

Da es sich um eine **konstante Zunahme** handelt nennt man den Zusammenhang zwischen x und y **linear**. Möchte man das durch eine Funktion ausdrücken, muss zunächst einmal die Zunahme der y-Werte nach jeweils 1s betrachtet werden. Dieser Wert beträgt

$m =$ (${m}$ nennt man die Steigung)

Im Weiteren muss die Höhe zum Startzeitpunkt betrachtet werden. Diese beträgt

$t =$ (t nennt man den y-Achsenabschnitt)

Falls du Hilfe benötigst: Klicke hier oder scanne den QR-Code.

1.5 Die allgemeine Geradengleichung: Einführung

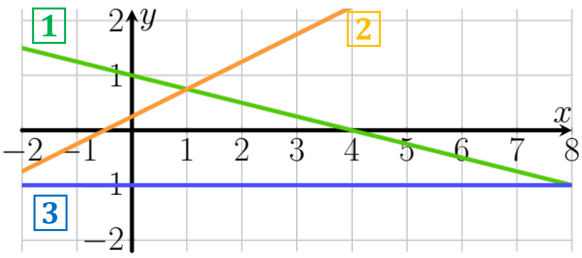
Merke: Allgemein kann man **lineare funktionale Zusammenhänge** durch die **allgemeine Geradengleichung** darstellen. Diese lautet $y = m \cdot x + t$ bzw. $f(x) = m \cdot x + t$.

2. Gib die Funktionsgleichung zur Funktion f aus Aufgabe 1 an.

3. Zeichne den zugehörigen Graphen der Funktion f aus Aufgabe 2 in ein Koordinatensystem. Markiere den Punkt $P(0|t)$.

4. Erkläre Carl Friedrich nun wie schnell der Aufzug in seinem Wohnhaus fährt. Erläutere woran du den Wert erkennst.

5. Gegeben sind im Folgenden drei Graphen linearer Funktionen.



a) Wähle den Graphen aus, dessen Funktion die Steigung 0 hat.

b) Wähle den Graphen aus, dessen Funktion den y-Achsenabschnitt $t = 1$ hat.

c) Wähle den Graphen aus, dessen Funktion den y-Achsenabschnitt $t = 0{,}25$ hat.

d) Wähle den Graphen aus, dessen Funktion die Steigung $\frac{1}{2}$ hat.

05 Die allgemeine Geradengleichung: Übungsaufgaben

Aufgabe 1: Gegeben sind die folgenden Funktionen f, g, h und i mit den Funktionsgleichungen

$f(x) = 2x + 3$, $g(x) = -2x + 5$, $h(x) = \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}$ und $i(x) = -x + \frac{9}{2}$.

a) Gib jeweils den Steigungswert m und den y-Achsenabschnitt t an.
b) Erstelle jeweils eine Wertetabelle mit den x-Werten -1,0,1,2,3,4 und 5.

Aufgabe 2: Gegeben ist im Folgenden der Steigungswert m und der y-Achsenabschnitt t einer linearen Funktion f. Gib die zugehörige Funktionsgleichung und Funktionsvorschrift an.

a) $m = 2; t = 3;$ b) $m = 0{,}5; t = -1;$ c) $m = 1; t = 1;$ d) $m = -1; t = -\frac{1}{2};$

e) $m = -\frac{1}{4}; t = 0;$ f) $m = -0{,}5; t = 0;$ g) $m = 0; t = 4;$ h) $m = 0; t = 0;$

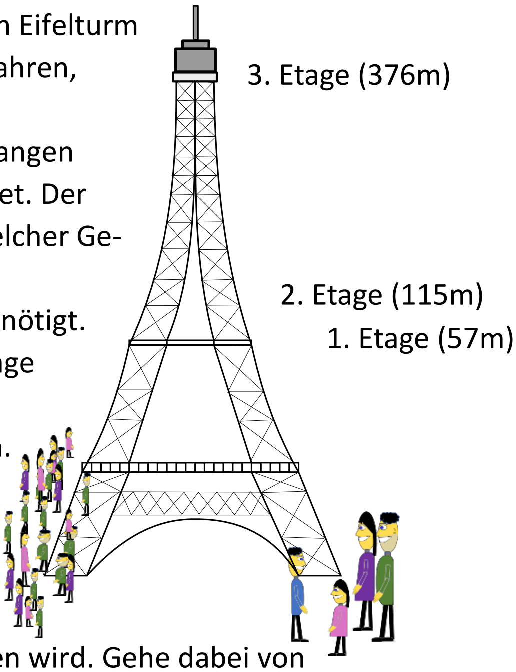
i) Überlege dir zwei Werte für m und t und lasse deinen Banknachbarn dazu die Aufgabenstellung lösen.

Aufgabe 3: Gegeben ist die vorliegende Wertetabelle einer Funktion f.

x	0	1	2	3	4
y	3	3,5	4	4,5	5

a) Gib an, um welchen Wert die y-Werte jeweils zum nächsten x-Wert hin zunehmen.
b) Gib den y-Achsenabschnitt der Funktion an.
c) Gib die zugehörige Funktionsgleichung und Funktionsvorschrift an.

Aufgabe 4: Familie Friedrich macht Urlaub in Paris und möchte den Eifelturm besichtigen. Dieser hat neben den Aufzügen, die vom Boden aus fahren, auch einen Aufzug, der von der 1. Etage in die 3. Etage fährt.
Es ist bekannt, dass die Aufzüge in der 1.Etage nur sehr kurze Schlangen haben, weshalb sich Familie Friedrich für diese Variante entscheidet. Der schlaue Karl Friedrich möchte näherungsweise bestimmen, mit welcher Geschwindigkeit der Aufzug die Familie nach oben fährt.
Dafür misst er die Zeit, die der Aufzug zu den jeweiligen Etagen benötigt.
Von der 1. Etage aus benötigt der Aufzug 30,5 Sekunden zur 2. Etage und 168 Sekunden zur 3. Etage.



a) Erstelle eine Wertetabelle mit den jeweiligen Wertepaaren. Dabei soll x die gemessene Zeit in Sekunden beschreiben und y die aktuelle Höhe in Metern angeben.
b) Bestimme den Funktionsterm einer zugehörigen linearen Funktion f, durch die diese Zuordnung beschrieben wird. Gehe dabei von einer durchgehend konstanten Geschwindigkeit des Aufzugs aus.
c) Gib die Geschwindigkeit des Aufzugs in $\frac{m}{s}$ und in $\frac{km}{h}$ an.

06 Steigungsdreieck, y-Achsenabschnitt: Einführung

Steigungsdreieck, y-Achsenabschnitt und das Zeichnen von Geraden

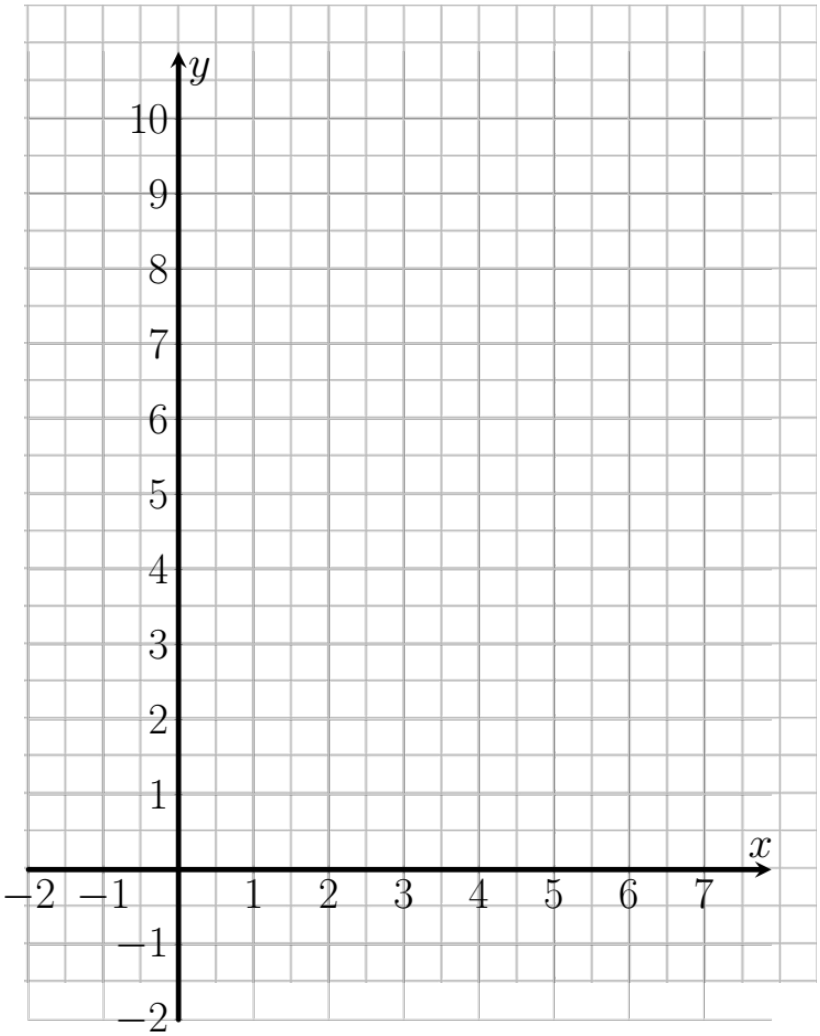
1. Klicke hier oder scanne den QR-Code, um das zugehörige Video anzusehen.
2. Wir betrachten im Folgenden die Funktion f mit $f(x) = 1{,}5x + 1{,}6$ und maximalem Definitionsbereich.

a) Fülle die folgende Wertetabelle zur Funktion f aus.

x	0	1	2	3	4	5	6
y							

b) Mit G_f wird der Graph der Funktion f beschrieben. Zeichne G_f in das nebenstehende Koordinatensystem ein.

Hilfe dazu gibt es hier:



c) Gib den Wert des y-Achsenabschnitts t an und markiere die Stelle auf der y-Achse, die von G_f geschnitten wird.

$t = \square$

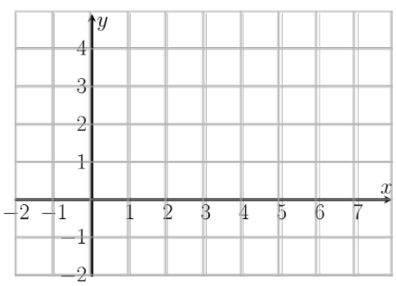
d) Gib an, um wie viel sich der y-Wert ändert, wenn sich der x-Wert, um genau +1 ändert.

Für $\Delta x = 1$ folgt $\Delta y = \square$

e) Die Steigung kann durch die Formel $m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$ angegeben werden. Ergänze die folgenden Ausdrücke und **zeichne Δx, Δy und damit das entsprechende Steigungsdreieck** in das nebenstehende Koordinatensystem ein.

$$m = \frac{\square}{4} = \square \rightarrow \Delta x = \square; \ \Delta y = \square;$$

3. Gegeben sind nun die Funktionen h und p mit $h(x) = x - 1$ und $p(x) = -\frac{1}{2}x + 3$. Zeichne die Graphen G_h und G_p der Funktionen h und p jeweils mit Hilfe eines Steigungsdreiecks in ein Koordinatensystem.



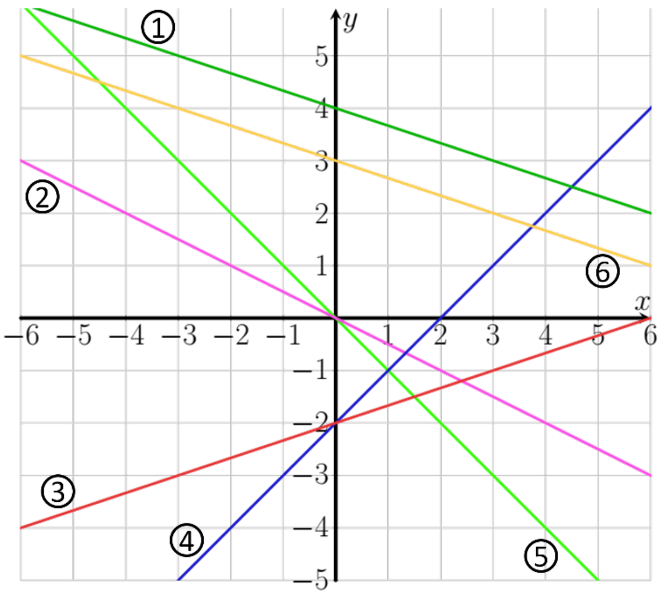
06 Steigungsdreieck, y-Achsenabschnitt: Übungsaufgaben

Aufgabe 1: Gegeben sind die acht Funktionen $f_1 - f_8$ mit den folgenden Funktionsgleichungen und maximalem Definitionsbereich $\mathbb{D}_{f,max}$.

$f_1(x) = -x$	$f_2(x) = -\frac{1}{2}x + 3$	$f_3(x) = -3x + 1$	$f_4(x) = x - 2$
$f_5(x) = -\frac{1}{2}x$	$f_6(x) = -\frac{1}{3}x + 4$	$f_7(x) = \frac{1}{3}x - 2$	$f_8(x) = -\frac{1}{3}x + 3$

a) Gib jeweils die Steigung und den y-Achsenabschnitt an.

b) Ordne den folgenden sechs Graphen die zugehörigen Funktionsgleichungen aus der Angabe zu.



Aufgabe 2: Gegeben sind die sechs Funktionen $f_1 - f_6$ mit den folgenden Funktionsgleichungen und maximalem Definitionsbereich $\mathbb{D}_{f,max}$.

$f_1(x) = -x$	$f_2(x) = x - 1$	$f_3(x) = -\frac{1}{2}x + 3$
$f_4(x) = \frac{1}{3}x - 2$	$f_5(x) = \frac{1}{2}x + 2$	$f_6(x) = -\frac{1}{8}x + 5$

a) Zeichne die Graphen der linearen Funktionen ohne Verwendung einer Wertetabelle in ein x-y-Koordinatensystem. (Maße für das Koordinatensystem: $-6 \leq x \leq 7; -6 \leq y \leq 6$)

b) Gib an, welcher Graph die größte/geringste Steigung besitzt.

c) Lies die Koordinaten des Schnittpunktes S der beiden Graphen der Funktionen f_2 und f_5 ab und gib diese an.

Aufgabe 3: Gegeben sind im Folgenden jeweils zwei Punkte, die auf einer Gerade liegen.

a) $A(2\|1), B(3\|2)$	b) C(1|1), D(3|1)	c) E(1|3), $F(2\|1)$	d) G(2|4), H(3|6)

1) Zeichne zunächst die Punkte und anschließend die zugehörige Gerade in ein Koordinatensystem.

2) Bestimme jeweils die Steigung und den y-Achsenabschnitt des zugehörigen Funktionsterms graphisch. Gib dabei auch eine Funktionsgleichung an.

Aufgabe 4: Untersuche, welcher der folgenden Punkte auf der Geraden mit der Geradengleichung $y = -2x + 3$ liegt. Gib für die anderen an, ob sie ober- oder unterhalb der Geraden liegen. Suche dir anschließend selbst einen Punkt I aus, der auf dem Graphen liegt und gib diesen an.

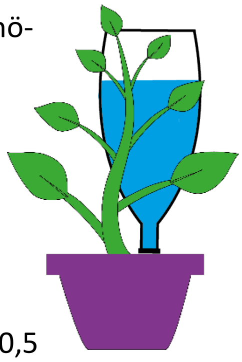
$A(2\|1)$	$B(0\|1)$	$C(0\|3)$	$D\left(\frac{3}{2}\middle\|1\right)$	$E\left(\frac{1}{2}\middle\|2\right)$	$F(9\|-1{,}5)$	$G(2\|-1)$	$H(-3\|-3)$

06 Steigungsdreieck, y-Achsenabschnitt: Übungsaufgaben

Aufgabe 5: Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = -x + 3$ und $\mathbb{D}_{f,max}$. Entscheide jeweils, ob die folgenden Aussagen korrekt sind und gib eine Begründung dazu an.

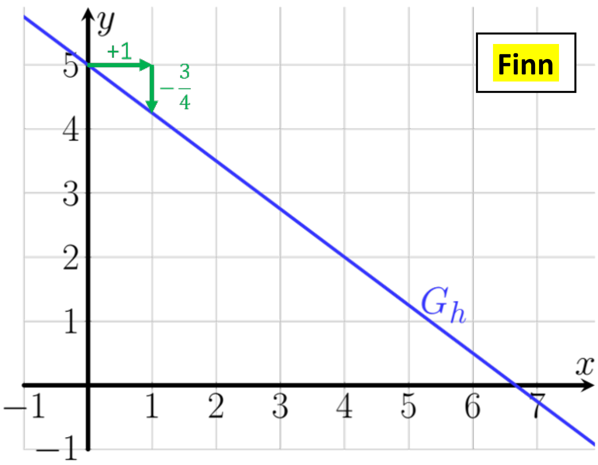
a) Wenn man den Graphen von f zeichnen möchte, dann kann man den Schnittpunkt mit der y-Achse mit Hilfe des y-Achsenabschnitts angeben.
b) Der Schnittpunkt mit der y-Achse hat die Koordinaten $S_y(3|0)$.
c) Die Steigung beträgt $-x$.
d) Ein mögliches Steigungsdreieck erhält man, wenn man vom Schnittpunktpunkt mit der y-Achse aus 2cm nach rechts und 2cm nach unten zeichnet.

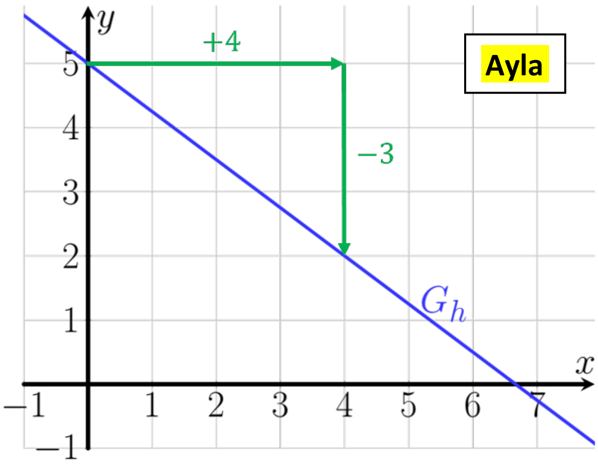
Aufgabe 6: Nathan hat eine Zimmerpflanze, die etwa 0,3 Liter Wasser pro Tag benötigt. Er baut eine Konstruktion, bei der eine Flasche mit Wasser genau die benötigte Menge an Wasser pro Tag liefert.



a) Bestimme die Menge an Wasser, die pro Stunde aus der Flasche kommt.
b) Zu Beginn der Messung befinden sich 0,5 Liter Wasser in der Flasche.
   1. Erstelle eine Wertetabelle, die die Menge an Wasser (y-Wert) nach jeweils einer vergangenen Stunde (x-Wert) beschreibt.
   2. Entscheide, ob es reicht, wenn Nathan nach jeweils genau zwei Tagen 0,5 Liter nachfüllt und gib eine Begründete Aussage dazu an.
   3. Gib die Funktionsgleichung einer entsprechenden Funktion f an.
   4. Gib eine sinnvolle Definitions- und Wertemenge an und begründe deine Wahl.
   5. Zeichne den Graphen der Funktion f.
   6. Bestimme mithilfe des Graphen, wie viel Wasser nach 24 Stunden noch in der Flasche ist und überprüfe dein Ergebnis durch Rechnung.

Aufgabe 7: Finn und Ayla haben den Graphen der Funktion h mit $h: x \mapsto -\frac{3}{4}x + 5$ mithilfe des y-Achsenabschnitts und der Steigung der Funktion, wie folgt, gezeichnet.





a) Erläutere, wie Finn und Ayla jeweils vorgegangen sind und begründe welches Vorgehen geschickter ist.
b) Gib jeweils einen weiteren Wert für Δx und Δy an, mit dem man ein Steigungsdreieck zeichnen könnte.
c) Bestimme den Flächeninhalt der beiden Steigungsdreiecke oben.

Aufgabe 8: Gegeben sind die vier Funktionen $f_1 - f_4$ mit den folgenden Funktionsgleichungen und maximalem Definitionsbereich $\mathbb{D}_{f,max}$:

$f_1(x) = x - 2$	$f_2(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$	$f_3(x) = \frac{1}{2}x - 2$	$f_4(x) = x + 2$

a) Gib an, welche zugehörigen Geraden parallel sind und welche den gleichen y-Achsenabschnitt haben. Begründe deine Entscheidungen.
b) Zeichne die Graphen der Funktionen $f_1 - f_4$ und überprüfe deine Ergebnisse aus Aufgabe a) damit.

Aufgabe 9: Im Folgenden sollen die Eigenschaften von Geraden genauer untersucht werden.

a) Gib den Funktionsterm von 4 Funktionen an, die die gleiche Steigung besitzen.
b) Zeichne die Graphen von 4 Funktionen mit gleicher Steigung.
c) Verwende eine dynamische Geometriesoftware, um die Funktion f_t mit der Funktionsgleichung $f_t(x) = \frac{1}{2} \cdot x + t$ für verschiedene Werte von t zu untersuchen. Man nennt die Graphen von f_t dabei eine **Geradenschar**.
Vervollständige den fettgedruckten Satz, um Eigenschaften von Graphen linearer Funktionen mit gleicher Steigung zu beschreiben. Verwende dazu mindestens zwei der folgenden Wörter:
Graph, senkrecht, parallel, Gerade, y-Achsenabschnitt, schneiden.

Wenn zwei Funktionen die gleiche Steigung m besitzen, dann

Aufgabe 10: Im Folgenden sollen die Eigenschaften von Geraden genauer untersucht werden.

a) Gib den Funktionsterm von 4 Funktionen an, die den gleichen y-Achsenabschnitt besitzen.
b) Zeichne die Graphen von 4 Funktionen mit gleichem y-Achsenabschnitt.
c) Verwende eine dynamische Geometriesoftware, um die Funktion f_m mit der Funktionsgleichung $f_m(x) = m \cdot x + 1$ für verschiedene Werte von m zu untersuchen. Man nennt die Geraden von f_m dabei ein **Geradenbüschel**.
Vervollständige den fettgedruckten Satz, um Eigenschaften von Graphen linearer Funktionen mit gleichem y-Achsenabschnitt zu beschreiben. Verwende dazu mindestens zwei der folgenden Wörter:
Graph, senkrecht, parallel, Gerade, y-Achsenabschnitt, schneiden.

Wenn zwei Funktionen den gleichen y-Achsenabschnitt t besitzen, dann

07 Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen: Einführung

Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen und Nullstellen

1. Klicke hier oder scanne den QR-Code, um das zugehörige Video anzusehen.
2. Wir betrachten im Folgenden die Funktion f mit $f(x) = -12x + 90$ und maximalem Definitionsbereich. Der Graph von f wird mit G_f bezeichnet.

a) Gib den korrekten Ansatz zur Berechnung der Nullstelle von f an. (Hinweis: Der Ansatz ist der Gleiche, wie der zur Berechnung des Schnittpunktes von G_f mit der x-Achse.)

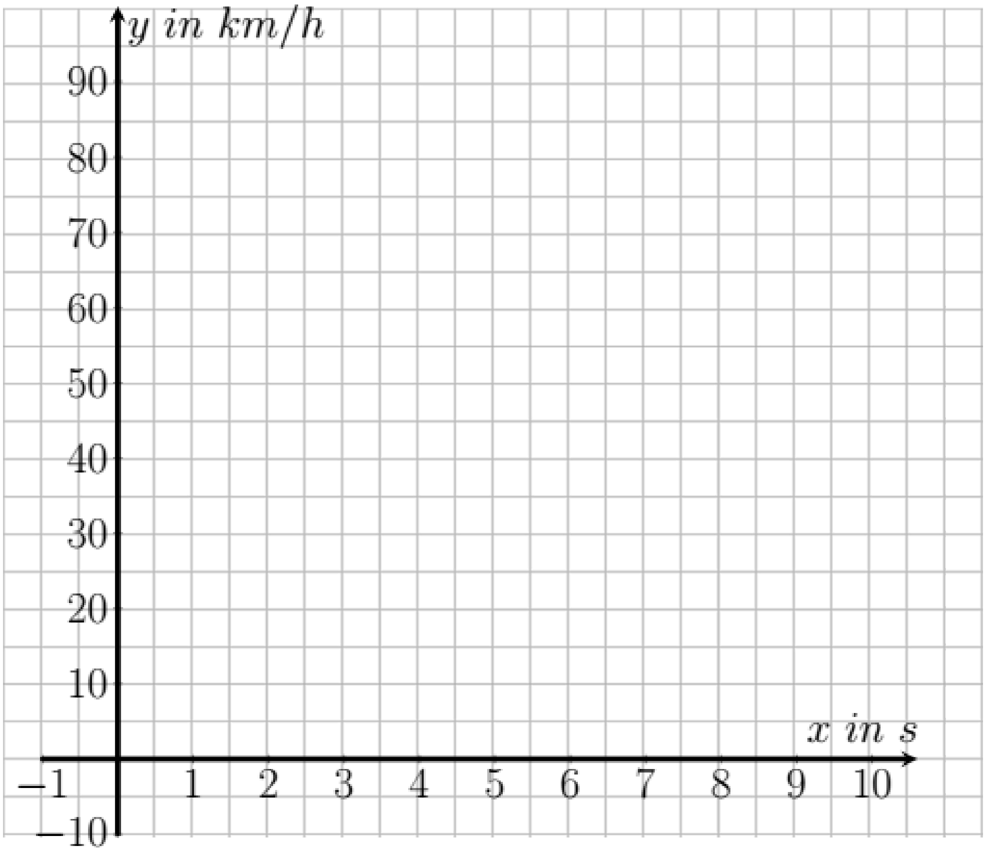
b) Berechne nun die Nullstelle von f.

c) Gib den Schnittpunkt S_x des Graphen von f mit der x-Achse an.

d) Gib den Schnittpunkt S_y von G_f mit der y-Achse an.

e) Zeichne den Graphen von f in unterstehendes Koordinatensystem mit Hilfe eines Steigungsdreiecks ein. Zeichne anschließend die Koordinatenschnittpunkte ein.

Hilfe zum Steigungsdreieck gibt es hier:



07 Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen: Übungsaufgaben

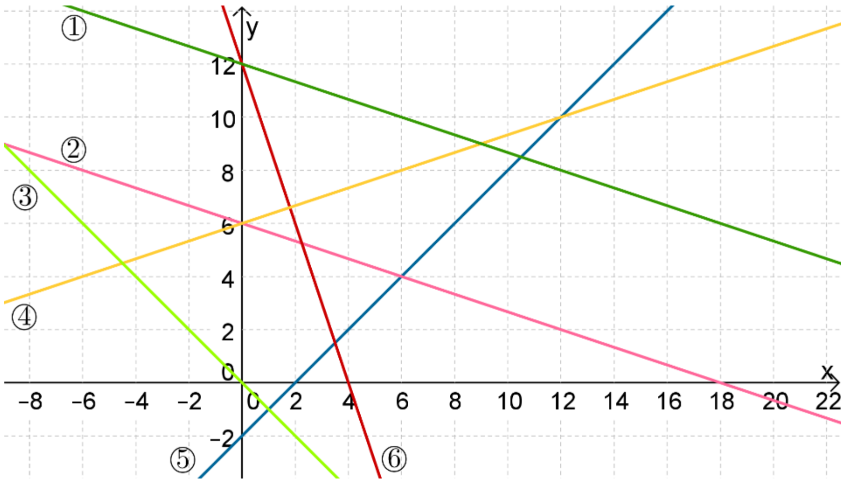
Aufgabe 1: Gegeben sind die acht Funktionen $f_1 - f_8$ mit den folgenden Funktionsgleichungen und maximalem Definitionsbereich $\mathbb{D}_{f,max}$.

$f_1(x) = -x$	$f_2(x) = -\frac{1}{2}x + 3$	$f_3(x) = -3x + 1$	$f_4(x) = x - 2$
$f_5(x) = -\frac{1}{2}x$	$f_6(x) = -\frac{1}{3}x + 4$	$f_7(x) = \frac{1}{3}x - 2$	$f_8(x) = -\frac{1}{3}x + 3$

a) Bestimme die Schnittpunkte der jeweiligen Graphen der Funktionen mit den Koordinatenachsen graphisch.

b) Überprüfe deine Ergebnisse aus a) durch Rechnungen.

Aufgabe 2: Gegeben sind im Folgenden die Graphen ① bis ⑥ der Funktionen f_1 bis f_6.



a) Gib die Nullstellen der Funktionen f_2, f_3, f_5 und f_6 an.

b) Gib die Schnittpunkte mit der y-Achse aller Funktionsgraphen an.

c) Bestimme mit Hilfe des y-Achsenabschnitts und eines Steigungsdreiecks jeweils die zugehörige Funktionsgleichung der Graphen. Hilfe dazu gibt es hier:

d) Bestimme den Schnittpunkt mit der x-Achse der Graphen ① und ④ durch Rechnung.

Aufgabe 3: Karl Friedrich fährt mit einem Bus mit nahezu konstanter Geschwindigkeit von Regensburg aus nach Amberg. Durch die Funktion f mit $f(x) = 70 - 1{,}25x$ wird die aktuelle Position des Busses näherungsweise beschrieben. Durch x wird dabei die gefahrene Zeit in Minuten und durch $f(x)$ der aktuelle Abstand zum Fahrziel beschrieben. Der Einfachheit halber wird auf Einheiten verzichtet.

a) Bestimme die Nullstelle der Funktion f und interpretiere den Wert im Sachzusammenhang.

b) Mit G_f wird der Graph von f beschrieben. Gib die Schnittpunkte von G_f mit den Koordinatenachsen an.

c) Zeichne den Graphen von f und überprüfe deine bisherigen Ergebnisse damit.

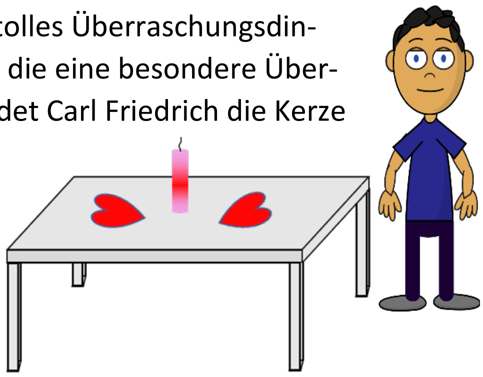
d) Gib mit Hilfe des Graphen den Zeitpunkt an, an dem der Bus genau 30 Kilometer von Regensburg entfernt ist.

e) Überprüfe dein Ergebnis von d) mit Hilfe einer Rechnung.

Klicke hier oder verwende den QR-Code, um Aufgabe 1 zu überprüfen.

08 Geradengleichungen bestimmen: Einführung

Aufgabe 1: Carl Friedrich ist ein großer Romantiker. Er plant ein tolles Überraschungsdinner für seine Freundin Marie. Dafür bastelt er eine eigene Kerze, die eine besondere Überraschung zum Vorschein bringen soll. Zu Beginn des Dinners zündet Carl Friedrich die Kerze an, die mit konstanter Geschwindigkeit abbrennt. Während der Vorspeise brennt die Kerze bereits für 15 min und hat noch eine Höhe von $13cm$. Nach 32 Minuten schätzt Carl Friedrich die Höhe noch auf etwa $11cm$ und macht sich auf, um die Hauptspeise fertigzustellen. Sobald die Kerze die Hälfte ihrer Ursprungshöhe erreicht hat, soll ein Verlobungsring zum Vorschein kommen. Zu dieser Zeit sollte Carl Friedrich bereits wieder am Esstisch sitzen. Deine Aufgabe ist es zu entscheiden, wie viel Zeit Carl Friedrich für die Hauptspeise benötigen darf.



a) Erstelle eine Wertetabelle, um die Situation übersichtlich darzustellen. Stelle durch x die Brenndauer in Minuten und durch y die Höhe der Kerze in Metern dar.

zu c) $\Delta x =$

x in Minuten		
y in cm		

zu c) $\Delta y =$

b) Zeichne den Funktionsgraphen mit Hilfe der beiden Wertepaare. Wähle eigenständig sinnvolle Skalierungen für die Koordinatenachsen. Löse die Aufgabenstellung graphisch und formuliere eine Entscheidung.

08 Geradengleichungen bestimmen: Einführung

Arbeitet nun in Partnerarbeit zusammen. Vergleicht zunächst eure Lösungen und bearbeitet anschließend die Folgeaufgaben.

c) Allgemein kann die Aufgabe auch exakt durch Berechnungen gelöst werden. Dazu müssen die Steigung m und der y-Achsenabschnitt t bestimmt werden.

Zur Steigung m:

Bei Aufgabe a) kannst du Werte für Δx und Δy bestimmen. Um damit die Steigung m zu bestimmen, kannst du dir die Einführung in Kapitel 1.6 nochmal zu Hilfe nehmen.

$m =$

Zum y-Achsenabschnitt t:

Überlege, wie der y-Achsenabschnitt t bestimmt werden kann. Du benötigst dazu die allgemeine Geradengleichung und Werte aus der Wertetabelle.

(Falls du Hilfe benötigst klicke hier oder scanne den QR-Code.)

d) Gib nun die Funktionsgleichung an und bestimme den spätesten Zeitpunkt zu dem Carl Friedrich wieder am Esstisch sitzen muss.

Aufgabe 2: Gegeben sind die Punkte $A(1|3)$ und $B(5|1)$, die auf der Geraden G_f liegen. Bestimme die zugehörige Geradengleichung der Funktion f.

08 Geradengleichungen bestimmen: Übungsaufgaben

Aufgabe 1: Gegeben ist jeweils die Steigung m einer Geraden und ein Punkt P, der auf der Geraden liegt. Bestimme die zugehörige Funktionsgleichung.

a) $m = \frac{1}{2}; P(0\|1);$	b) $m = 1; P(2\|-3);$	c) $m = 0; P(1\|3);$	d) $m = \frac{1}{4}; P(5\|2);$
e) $m = 3; P(1\|6);$	f) $m = \frac{1}{4}; P(4\|1);$	g) $m = -\frac{1}{4}; P(4\|1);$	h) $m = -2; P(-4\|1);$

Aufgabe 2: Gegeben sind jeweils Punkte, die auf einer Geraden liegen.

a) $P_1(3\|2); P_2(2\|1);$	b) $P_1(4\|1); P_2(8\|2);$	c) $P_1(-3\|-1); P_2(2\|-3);$
d) $A(3\|1); B(8\|1);$	e) $A\left(\frac{1}{2}\middle\|\frac{1}{4}\right); B(5\|10);$	f) $A(2\|0); B(0\|-5);$
g) $P_1(0\|0); P_2(0\|1)$	h) $A(0\|1); B(0\|2);$	i) $P_1(-2\|-2); P_2(-3\|-3);$

1) Bestimme jeweils die Gleichung der Geraden, auf der die folgenden Punkte liegen.
2) Gib an, welche der Geraden durch den Ursprung geht.
3) Zeichne die zugehörigen Geraden aus Aufgabe 1)a)-f) mithilfe eines Funktionsplotters und der gegebenen Punkte. Überprüfe damit deine Ergebnisse.

Aufgabe 3: Entscheide jeweils, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind. Begründe deine Entscheidung.

a) Sind bei zwei Funktionen die Steigungswerte m gleich, dann sind die entsprechenden Funktionsgraphen parallel zueinander.
b) Hat eine Gerade die Steigung $m = 1$, dann ist sie parallel zur x-Achse.
c) Wenn der y-Achsenabschnitt den Wert $t = 0$ hat, dann verläuft die entsprechende Gerade durch den Ursprung.
d) Hat eine Gerade eine positive Steigung, dann verläuft sie vom II. in den IV. Quadranten.
e) Hat eine Gerade eine negative Steigung, dann verläuft sie vom II. in den IV. Quadranten.
f) Zwei Geraden G_1 und G_2 mit den Steigungen $m_1 = \frac{1}{4}$ und $m_2 = -4$ stehen senkrecht aufeinander.

Aufgabe 4: Gegeben sind jeweils die Punkte A, B und C.

a) $A(3\|2); B(4\|3); C(5\|4);$	b) $A(0\|1); B(1\|0); C(2\|1)$	c) $A(-3\|-1); B(2\|1); C(7\|3)$
d) $A(-1\|1); B(3\|2); C(7\|0);$	e) $A\left(\frac{1}{2}\middle\|\frac{1}{4}\right); B(5\|10); C(0\|1);$	f) $A(2\|0); B(0\|-5);$ C$(1\|-2);$

1) Prüfe rechnerisch, ob der Punkt C auf der Geraden durch A und B liegt.
2) Zeichne die zugehörigen Geraden aus Aufgabe 4)a)-f) mit Hilfe eines Funktionsplotters und überprüfe damit deine Ergebnisse.

08 Geradengleichungen bestimmen: Übungsaufgaben

Aufgabe 5: Im Jahr 2021 lag der Taxipreis in Regensburg bei einer Grundgebühr von 4,80€. Für eine Strecke von 15km musste beim günstigsten Anbieter ein Preis von 34,80€ bezahlt werden.

a) Veranschauliche den Zusammenhang zwischen der Länge der Fahrstrecke (x-Wert) und den dazugehörigen Kosten (y-Wert) in einem Graphen.
b) Ermittle graphisch die Preise für 5km und 10km.
c) Ermittle graphisch, wie weit man für 20 Euro fahren kann.
d) Stelle mit Hilfe der gegebenen Punkte aus der Angabe die zugehörige Geradengleichung auf.
e) Überprüfe deine Ergebnisse von Aufgabe 5c) rechnerisch.

Aufgabe 6: In Europa werden Temperaturen in Grad Celsius ($°C$) und in den USA in Grad Fahrenheit ($°F$) gemessen. Damit man die einen Temperaturangaben in die jeweils anderen möglichst einfach umrechnen kann, ist es hilfreich Formeln für beide Richtungen zu erstellen. Bekannt sind nun folgende Werte: $5°F \triangleq -15°C$; $14°F \triangleq -10°C$.
Der Zusammenhang zwischen beiden Größen ist dabei linear.

Hier: Allgemeine Geradengleichung

a) Gib die allgemeine Geradengleichung an.
b) Bestimme nun eine Funktionsgleichung der Funktion f, die die Temperatur in $°F$ (x-Wert) der Temperatur in $°C$ (y-wert) zuordnest. Überprüfe deine Ergebnisse, indem du die entsprechende Formel online suchst.
c) Berechne für die Temperaturen $0°F$, $32°F$, $50°F$ und $100°F$ die entsprechende Temperatur in $°C$.
d) Löse nun die Formel aus Aufgabe 6b) nach x auf. Damit erhält man eine Formel, um Temperaturen von $°C$ nach $°F$ umzurechnen.
e) Berechne mit Hilfe von 6d) für die Temperaturen $-15°C$, $0°C$, $10°C$ und $30°C$ die entsprechende Temperatur in $°F$.
f) Erstelle nun in einem Tabellenkalkulationsprogramm Zellen zur Umrechnung von $°C$ nach $°F$ und umgekehrt, wie abgebildet. Überprüfe damit deine bisherigen Ergebnisse. Falls du bei der Erstellung Hilfe benötigst, kannst du die Tabelle mit Hilfe des QR-Codes oder durch Klicken auf die Aufgabe aufrufen.

	Eingabe	Ausgabe		
Grad Celsius				
Grad Fahrenheit				
1. Gib in die Eingabefelder jeweils den gewünschten Wert ein.				

Aufgabe 7: Gegeben sind die Punkte $A(1|2)$ und $B(2|4)$, die auf einer Geraden G_f liegen. Die zugehörige Funktion dazu lautet f.

a) Bestimme die zugehörige Funktionsgleichung zur Funktion f.
b) Gib die Gleichung einer Geraden an, die zu G_f parallel ist und um 2 in Richtung der y-Achse nach oben versetzt ist.
c) Gib die Gleichung einer Graden an, die durch die Punkte C und D geht, die um genau zwei Längeneinheiten rechts von A und B liegen.

09 Schnittpunkte zweier Geraden: Einführung

Schnittpunkte zweier Geraden

1. Klicke hier oder scanne den QR-Code, um das zugehörige Video anzusehen.
2. Gegeben sind zwei auf ihrem maximalen Definitionsbereich gegebenen Funktionen f und g mit $f(x) = x - 3$ und $g(x) = -\frac{1}{2}x + 3$.

a) Gib den Ansatz an, mit dem der Schnittpunkt der Graphen von f und g berechnet werden kann.

b) Löse nun den Ansatz nach x auf.

c) Bestimme nun die y-Koordinate des Schnittpunktes.

d) Gib nun den Schnittpunkt S der Graphen von f und g an.

3. Gegeben sind die Funktionen f_1 und f_2 mit $f_1(x) = 2x + 1$ und $g(x) = 2x + 3$.
Wähle die korrekten Antworten aus, indem du die entsprechenden Kästchen ankreuzt.

- ☐ Die Graphen von f_1 und f_2 haben unendlich viele Schnittpunkte.
- ☐ Die Graphen von f_1 und f_2 schneiden sich nicht.
- ☐ Der Schnittpunkt hat die Koordinaten $S(3|1)$.
- ☐ f_1 und f_2 haben die gleiche Steigung.
- ☐ f_1 und f_2 haben den gleichen y-Achsenabschnitt.

4. Gegeben sind die Funktionen f_1 und f_2 mit $f_1(x) = 2x + 1{,}5$ und $g(x) = 2x + 1{,}5$.
Wähle die korrekten Antworten aus, indem du die entsprechenden Kästchen ankreuzt.

- ☐ Die Graphen von f_1 und f_2 haben unendlich viele Schnittpunkte.
- ☐ Die Graphen von f_1 und f_2 schneiden sich nicht.
- ☐ Die entsprechenden Geraden schneiden sich im Punkt $A(1|3{,}5)$.
- ☐ f_1 und f_2 haben die gleiche Steigung.
- ☐ f_1 und f_2 haben den gleichen y-Achsenabschnitt.

09 Schnittpunkte zweier Geraden: Übungsaufgaben

Aufgabe 1: Gegeben sind im Folgenden die auf ihrem maximalen Definitionsbereich gegebenen Funktionen f und g. Die Graphen von f und g werden mit G_f und G_g bezeichnet.

1) Bestimme die Schnittpunkte von G_f und G_g **rechnerisch**.

a)	$f(x) = x - 2$ $g(x) = -\frac{1}{2}x + 3$	b)	$f(x) = x - 2$ $g(x) = -x$	c)	$f(x) = -\frac{1}{3}x + 4$ $g(x) = \frac{1}{2}x + 2$	d)	$f(x) = -3x + 5$ $g(x) = -\frac{1}{3}x + 5$
e)	$f(x) = \frac{1}{2}x$ $g(x) = \frac{1}{4}x + 1$	f)	$f(x) = 2x - 2$ $g(x) = -x + 4$	g)	$f(x) = -\frac{1}{8}x + 1$ $g(x) = -\frac{1}{3}x + 0{,}5$	h)	$f(x) = -x - 1$ $g(x) = -\frac{1}{3}x - 6$

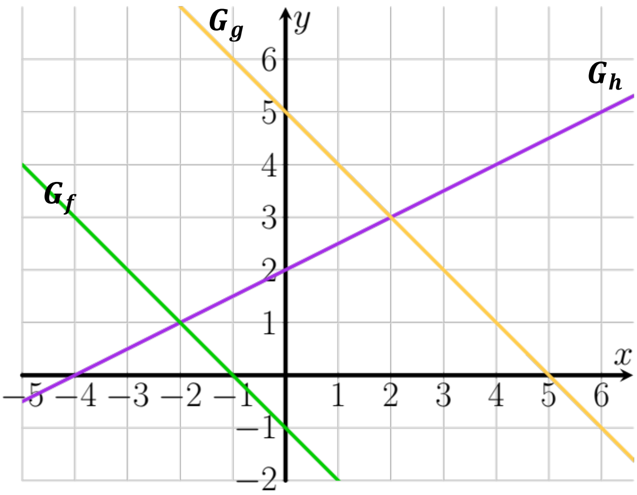
2) Überprüfe deine Ergebnisse aus 1) a), indem du die zugehörigen **Geraden** in ein x-y Koordinatensystem **zeichnest**.
3) Die beiden **Geraden** aus 2) und die y-Achse schließen eine Dreiecksfläche ein. Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks. Die benötigten Punkte dürfen graphisch abgelesen werden.
4) Löse Aufgabe 2) und 3) für zwei weitere der oben gegebenen Aufgaben.

Aufgabe 2: Entscheide jeweils, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind. Begründe deine Entscheidung.

a) Wenn zwei lineare Funktionen den gleichen y-Abschnitt besitzen, dann schneiden sich die zugehörigen Graphen auf der y-Achse.
b) Zwei Geraden, die beide eine positive Steigung besitzen, schneiden sich nie.
c) Zwei Geraden, die nicht parallel zueinander sind, haben immer genau einen Schnittpunkt.
d) Die Graphen zweier linearer Funktionen mit den Steigungen $m_1 = 4$ und $m_2 = -\frac{1}{4}$ stehen senkrecht aufeinander.
e) Die Graphen zweier linearer Funktionen, die die gleiche Nullstelle besitzen schneiden sich immer auf der x-Achse.

Aufgabe 3: Gegeben sind im Folgenden die Graphen dreier linearer Funktionen.

a) Bestimme jeweils graphisch die Funktionsgleichung der gegebenen Graphen.
b) Bestimme die Schnittpunkte der Geraden jeweils rechnerisch.
c) Insgesamt lassen sich in der Abbildung 7 verschiedene Dreiecke finden. Benenne die Eckpunkte von vier der Dreiecke und berechne jeweils den zugehörigen Flächeninhalt.



Klicke hier oder verwende den QR-Code, um die Aufgaben 1 und 2 zu überprüfen.

Aufgabe 4: Im Jahr 2021 lag der Taxipreis in Regensburg bei Unternehmen A bei einer Grundgebühr von $4{,}80$€. Pro Kilometer musste ein Preis von 1,96€ bezahlt werden.
Unternehmen B verlangte eine Grundgebühr von 4€. Pro Kilometer wurde ein Preis von 2€ veranschlagt.

a) Veranschauliche den Zusammenhang zwischen der Länge der Fahrstrecke in Kilometern (x-Wert) und den dazugehörigen Kosten in Euro (y-Wert) für jedes Unternehmen graphisch in einem gemeinsamen Koordinatensystem.
b) Ermittle graphisch den Schnittpunkt der beiden Graphen und interpretiere das zugehörige Wertepaar im Sachzusammenhang.
c) Stelle jeweils eine Funktionsgleichung für Unternehmen A und B dar, wobei x für die Länge der Fahrstrecke in Kilometern und y für die dazugehörigen Kosten in Euro steht.
d) Bestimme die Schnittpunkte der Funktionsgraphen rechnerisch.

Aufgabe 5: Herr Yilmaz fährt täglich von Regensburg aus nach Amberg. Herr Friedrich hingegen fährt zeitlich von Amberg aus nach Regensburg. Die Fahrtgeschwindigkeiten werden der Einfachheit wegen als konstant angesehen. Beide Fahrten können jeweils durch Funktionen f_Y (Yilmaz) und f_F (Friedrich) beschrieben werden. Dabei gilt
$f_Y(x) = 70 - 1{,}4x$ und
$f_F(x) = 1{,}55x$, wobei x die Zeit in Minuten und y die Entfernung von Amberg in Kilometern beschreibt. Mit G_Y und G_F werden die Graphen der Funktionen f_Y und f_F beschrieben.

a) Bestimme die Schnittpunkte der Graphen G_Y und G_F mit den Koordinatenachsen und interpretiere die Werte im Sachzusammenhang.
(Zur Wiederholung: Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen berechnen)
b) Bestimme den Zeitpunkt, an dem Herr Yilmaz und Herr Friedrich gerade aneinander vorbeifahren. Gib auch an, wie weit beide zu diesem Zeitpunkt von Amberg entfernt sind.
c) Beschreibe mit fachlicher Begründung, welche der beiden Personen auf der Fahrt schneller unterwegs ist.
d) Zeichne die Graphen der Funktionen f_Y und f_F mit Hilfe eines Funktionsplotters und überprüfe damit deine bisherigen Ergebnisse.

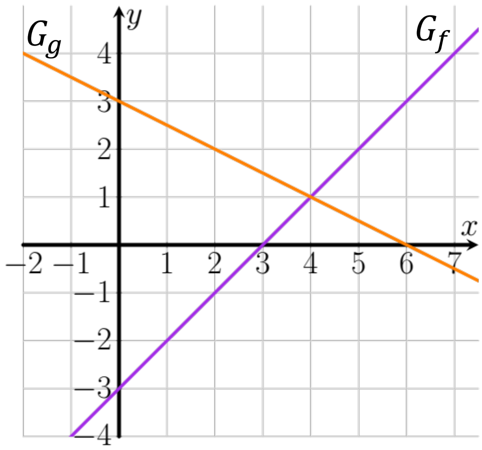
Aufgabe 6: Geben ist eine auf ihrem maximalen Definitionsbereich gegebene Funktion h mit $h(x) = 2x + 1$. Gib jeweils die Funktionsgleichung einer linearen Funktion f an, die die folgenden Bedingungen erfüllt, wobei $f(x) \neq h(x)$ gelten soll. Mit G_f wird ferner der Graph der Funktion f beschrieben.

a) G_f schneidet den Graphen der Funktion h genau auf der y-Achse.
b) G_f schneidet den Graphen der Funktion h genau auf der x-Achse.
c) G_f schneidet den Graphen der Funktion h genau im Punkt $S(2|5)$.
d) G_f steht senkrecht auf dem Graphen der Funktion h.
e) G_f schneidet den Graphen der Funktion h nicht.

Lineare Ungleichungen lösen

1. [Klicke hier oder scanne den QR-Code, um das zugehörige Video anzusehen.]

2. Gegeben sind zwei auf ihrem maximalen Definitionsbereich gegebenen Funktionen f und g mit $f(x) = x - 3$ und $g(x) = -\frac{1}{2}x + 3$.



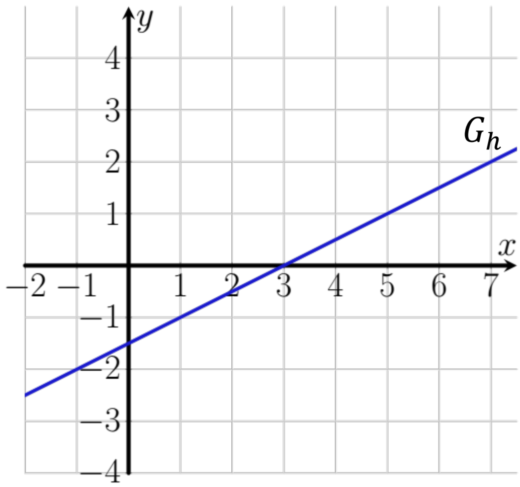
a) Löse die Ungleichung $f(x) < g(x)$ graphisch. Zeichne die Lösung dazu mit grüner Farbe in das Koordinatensystem ein und gib das entsprechende Lösungsintervall an.

b) Löse die Ungleichung $f(x) \geq g(x)$ graphisch. Zeichne die Lösung dazu mit einer zweiten Farbe in das Koordinatensystem ein und gib das entsprechende Lösungsintervall an.

c) Löse nun die Ungleichung aus b) rechnerisch nach x auf.

3. Gegeben ist die Funktion h mit $h(x) = 0{,}5x - 1{,}5$ und maximaler Definitionsmenge.

a) Gib die Stellen an, in denen $h(x) > 0$ gilt, indem du die Ungleichung graphisch löst. Zeichne die Lösung dazu mit grüner Farbe in das Koordinatensystem ein und gib das entsprechende Lösungsintervall an.



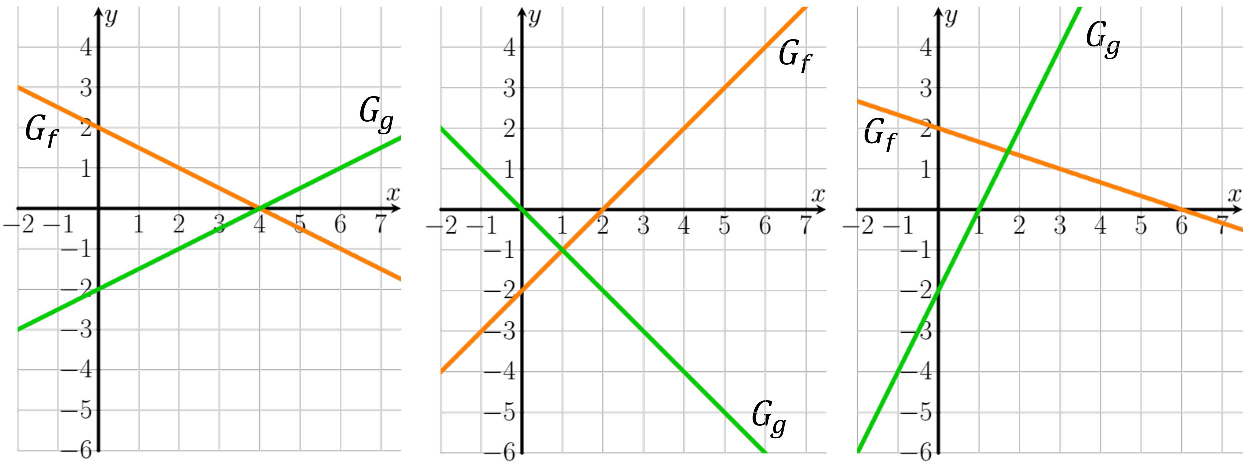
b) Gib die Stellen an, in denen $h(x) \leq 0$ gilt, indem du die Ungleichung rechnerisch löst und gib das entsprechende Lösungsintervall an.

[Hinweis: Deine Ergebnisse kannst du auch im Quiz zum Video überprüfen.]

10 Lineare Ungleichungen lösen: Übungsaufgaben

Aufgabe 1: Gegeben sind im Folgenden die Graphen, der auf ihrem maximalen Definitionsbereich gegebenen Funktionen f und g.

a) b) c)



1) Bestimme die Intervalle, in denen $f(x) > g(x)$ gilt **graphisch**.
2) Stelle jeweils die Geradengleichungen mithilfe der gegebenen Geraden auf. (Hilfe dazu erhältst du durch Klicken auf den Text oder durch den QR-Code: „Steigungsdreieck, y-Achsenabschnitt und Zeichnen von Geraden“)
3) Überprüfe deine Ergebnisse aus 1), indem du die Ungleichung $f(x) > g(x)$ **rechnerisch** löst.
4) Zeichne zwei Geraden, die du dir selber aussuchst in ein Koordinatensystem. Lasse anschließend die Aufgaben 1)-3) von deinem Banknachbarn lösen.

Aufgabe 2: Gegeben sind im Folgenden die auf ihrem maximalen Definitionsbereich gegebenen Funktionen f und g. Die Graphen von f und g werden mit G_f und G_g bezeichnet. Bestimme die Intervalle, in denen $f(x) \leq g(x)$ gilt durch Rechnung.

a)	$f(x) = \frac{1}{2}x - 3$ $g(x) = -\frac{1}{2}x + 2$	b)	$f(x) = x - 4$ $g(x) = -x$	c)	$f(x) = -\frac{1}{3}x + 4$ $g(x) = 2x + 1{,}5$	d)	$f(x) = -\frac{1}{3}x + 1$ $g(x) = -\frac{1}{3}x + 2$
e)	$f(x) = \frac{1}{2}x$ $g(x) = 1$	f)	$f(x) = -x - \frac{1}{8}$ $g(x) = -x + 4$	g)	$f(x) = -\frac{1}{8}x + \frac{1}{2}$ $g(x) = -\frac{1}{3}x + 0{,}5$	h)	$f(x) = -x - 1$ $g(x) = -\frac{1}{3}x - 9$

Aufgabe 3: Entscheide jeweils, ob die folgenden Aussagen über zwei gegebene Funktionen f und g wahr oder falsch sind. Begründe deine Entscheidung.

a) Wenn die Graphen von f und g parallel sind, dann gilt $f(x) > g(x)$ auf ganz $\mathbb{Q}$.
b) Wenn auf einem gegebenen Intervall der Graph von f oberhalb des Graphen von g liegt, dann gilt in diesem Intervall $f(x) > g(x)$.
c) Die Lösungsmenge bei linearen Ungleichungen kann auch die leere Menge sein.
d) Wenn $f(x) = 2$ gilt, dann schneiden sich die Graphen von f und g an der Stelle $x = 2$.

Klicke hier oder verwende den QR-Code, um die Aufgaben 1 und 2 zu überprüfen.

Aufgabe 4: Gegeben sind im Folgenden verschiedene Ungleichungen. Bestimme mithilfe von Äquivalenzumformungen die Lösungsmenge $\mathbb{L}$ über der Grundmenge $\mathbb{Q}$.

a)	$5x - 3 < 7$	b)	$2x - 4 \geq 8$	c)	$-4x + 4 < x + 2$
d)	$-\frac{1}{3}x + 1 > \frac{1}{2}x - 1$	e)	$\frac{1}{2}a - 5 \leq 2a$	f)	$-a - \frac{1}{8} < 3(2a + 1)$
g)	$\frac{1}{3}(a - 6) \leq -a$	h)	$\frac{3}{4}c - 5 \leq -\frac{1}{6}c$	i)	$\frac{1}{2}(3 - 2c) > -2(c + 1)$

Aufgabe 5: Sana zahlt jeden Monat gleich viel Geld auf ihrem Sparkonto ein. Im April befinden sich 450€ auf dem Konto. Bei Tarek befinden sich im Januar 2021 erst 100€ auf dem Konto, jedoch zahlt er monatlich 50€ ein.

a) Bestimme in welchem Monat Sana mehr als 1000€ besitzt.

b) Bestimme zu welchem Monat Tarek mehr Geld auf dem Konto hat als Sana.

Sparkonto Sana	
Januar 2021	360 €
Februar 2021	390 €
März 2021	420 €
April 2021	450 €

Aufgabe 6: Die nebenstehende Tabelle zeigt die Taxipreise der Unternehmen A und B im Jahr 2021.

Taxipreise Regensburg 2021

Unternehmen	A	B
Grundgebühr	5,00€	4,20€
+Preis pro km	2,00€	2,05€

a) Alfonso muss eine Strecke von 30 Kilometern zurücklegen. Er sagt: „Da lohnt sich Unternehmen A mehr, da hier der Kilometerpreis niedriger ist." Entscheide, ob Alfonso richtig liegt und begründe deine Entscheidung fachlich fundiert.

b) Stelle jeweils eine Funktionsgleichung für Unternehmen A und B auf, wobei x für die Länge der Fahrstrecke in Kilometern und y für die dazugehörigen Kosten in Euro steht.

c) Bestimme, bis zu wie vielen Kilometern es sich finanziell lohnt mit Unternehmen A zu fahren.

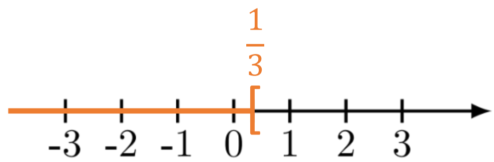
d) Zeichne die zu den beiden Funktionsgleichungen zugehörigen Graphen mit Hilfe einer dynamischen Geometriesoftware. Löse anschließend Aufgabenstellung c) graphisch.

Aufgabe 7: Gegeben sind im Folgenden Ungleichungen. Bestimme jeweils das Lösungsintervall unter der Grundmenge $\mathbb{Q}$ und veranschauliche das Ergebnis auf einem Zahlenstrahl.

Beispiel:

$6x < 2 \quad |:6$

$x < \frac{1}{3}$



a)	$3(x - 3) < 4x - 5$	b)	$2\left(x + \frac{1}{2}\right) \geq 4x + \frac{1}{2}$	c)	$-\frac{1}{2}\left(\frac{x}{4} + 4\right) < x + 1$
d)	$-\frac{1}{3}x - 3 > \frac{1}{16}x - 3$	e)	$-3 + \frac{1}{2}x \leq 2\left(\frac{1}{4}x + 3\right)$	f)	$-(x + \frac{1}{2}) < \frac{1}{2}(2x + 6)$
g)	$\frac{x - 27}{9} > \frac{1}{3}x - \frac{1}{9}$	h)	$\frac{1}{3}x - 1 < 2(x + 2)$	i)	$\frac{1 - x}{8} > \frac{2 - 2x}{8}$

Aufgabe 8: Gegeben sind im Folgenden jeweils zwei Ungleichungen.

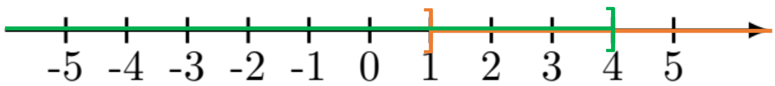
a)	$x-3>2$ $x+2<10$	b)	$\frac{1}{2}x-2\leq\frac{1}{3}x$ $-x<-5-\frac{1}{2}x$	c)	$-\frac{1}{3}x+4>\frac{1}{3}x+2$ $2x+1{,}5>-\frac{3}{2}+x$	d)	$x+1<0$ $x+2<5$
e)	$\frac{1}{2}x\leq-\frac{1}{2}x+\frac{1}{3}$ $2x>-2+\frac{1}{4}x$	f)	$-x-\frac{1}{8}>\frac{3}{4}+x$ $x+\frac{1}{2}\geq\frac{1}{3}x+2$	g)	$1+\frac{1}{2}x<\frac{1}{8}(x+4)$ $-\frac{1}{3}x+0{,}5\geq\frac{1}{4}x$	h)	$-(x-1)\geq-\frac{1}{2}x$ $-\frac{1}{3}x+\frac{14}{12}\leq\frac{1}{4}x$

1) Bestimme jeweils, für welche Werte von x die beiden Ungleichungen erfüllt sind.
2) Veranschauliche die Intervalle jeweils auf einem gemeinsamen Zahlenstrahl.
3) Folgere daraus, für welche Werte von x jeweils beide Ungleichungen gleichzeitig erfüllt sind und gib das entsprechende Lösungsintervall an.

Beispiel:

$x-1>0 \quad |+1 \qquad\qquad x+2\leq 6 \quad |-2$

$\quad x>1 \qquad\qquad\qquad\quad x\leq 4$



→ $1<x\leq 4;\ \mathbb{L}=]1;4];$

Aufgabe 9: Herr Friedrich fährt mit seinem Auto von Regensburg aus nach München, um seine Tante zu besuchen. Er stellt dabei sein Tempomat auf eine konstante Geschwindigkeit ein. Die Fahrt kann durch die Funktion f mit $f(x)=2x$ beschrieben werden. x steht für die Fahrtzeit in Minuten, während y den dabei zurückgelegten Weg in gefahrenen Kilometern beschreibt.

a) Bestimme, in welchem Intervall die Fahrzeit liegt, wenn seine Tante in einem Radius zwischen 120 und 130 Kilometern wohnt.

b) Herr Friedrich muss insgesamt 124 Kilometer zurücklegen, bis er bei seiner Tante ankommt. Bestimme die benötigte Fahrzeit.

Aufgabe 10: Stelle jeweils die entsprechende Ungleichung auf und löse diese.

a) Die Summe aus einer rationalen Zahl und 5 ist kleiner oder gleich 7.

b) Die Differenz aus dem fünffachen einer rationalen Zahl und fünf Halbe ist größer als sieben addiert mit der rationalen Zahl.

c) Das Drittel einer rationalen Zahl minus 4 ist höchstens so groß, wie die Differenz aus der Hälfte der Zahl und Neun.

d) Wird das 2,5-Fache einer rationalen Zahl um $\frac{3}{2}$ verringert, dann ist dieser Wert höchstens so groß, wie das 3,5-Fache dieser Zahl addiert mit 4.

e) Die Summe aus der Hälfte einer rationalen Zahl und einem Drittel dieser ist größer als ein Sechstel dieser Zahl verringert um 1.