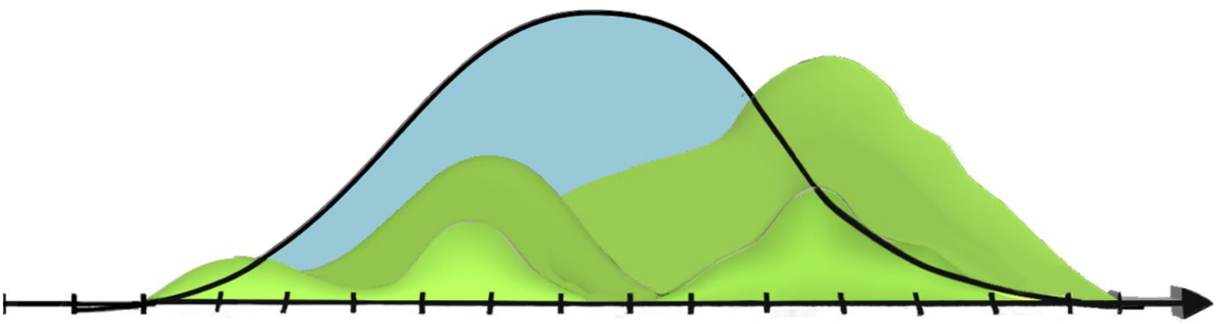
Lehrwerk:

Elementare gebrochen-rationale Funktionen

Autor: Hügel Rudolf



Inhaltsverzeichnis

01 Elementare gebrochen-rationale Funktionen

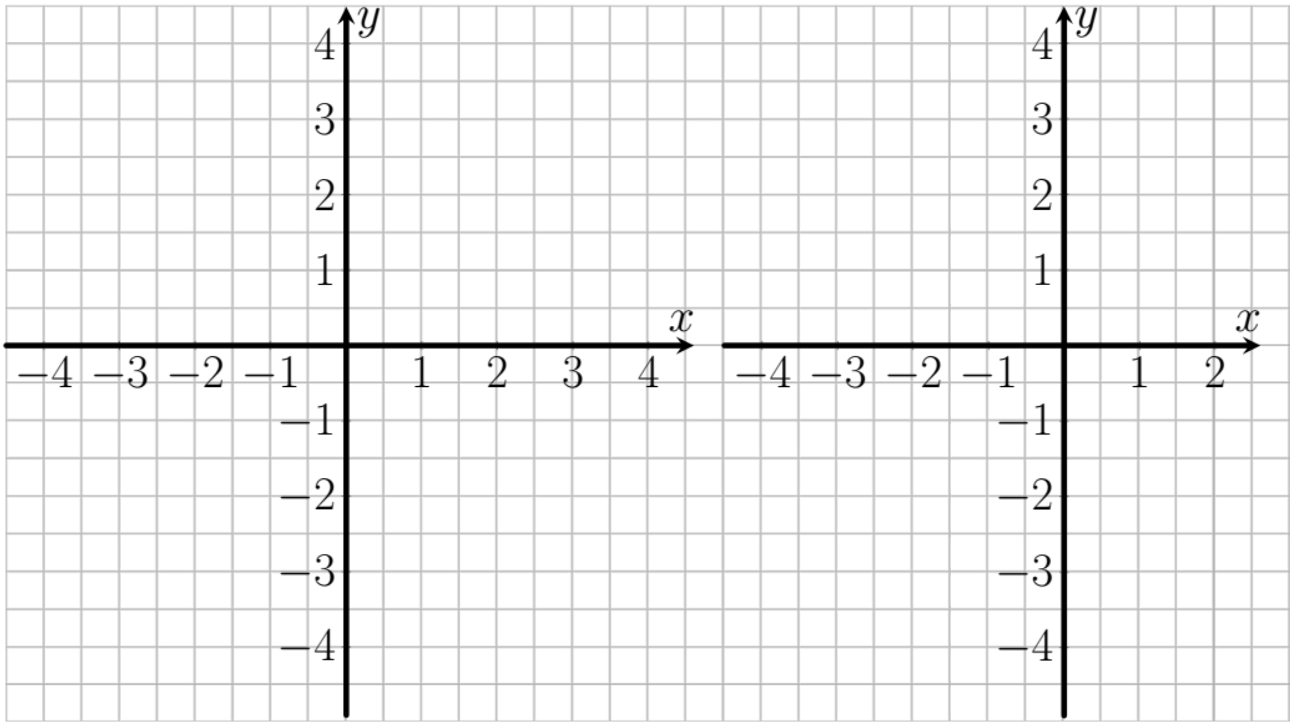
Klicke hier oder scanne den QR-Code, um das zugehörige Video anzusehen.

a) Gib die allgemeine Funktionsgleichung für eine elementare gebrochen-rationale Funktion f an.

b) Gegeben ist die Funktion f mit $f_1(x) = \frac{1}{x-0,5}$. Gib die maximale Definitionsmenge an.

c) Gegeben ist die Funktion f mit $f_2(x) = \frac{-0.5}{x+3} + 2,5$. Gib die maximale Definitionsmenge an.

d) Zeichne mit Hilfe einer Wertetabelle die Graphen der Funktionen f_1 und f_2 in die folgenden Koordinatensysteme.



e) Zeichne in die obenstehenden Koordinatensysteme jeweils die senkrechte Asymptote der Graphen mit der Farbe Grün ein. Die Werte der Stellen, an denen sich die senkrechten Asymptoten befinden, tauchen auch in den Funktionsgleichungen auf (bei 3. und 4.). Markiere diese Zahlen in den Funktionsgleichungen ebenfalls mit der Farbe Grün.

f) Zeichne in die obenstehenden Koordinatensysteme jeweils die waagrechte Asymptote der Graphen mit der Farbe Lila ein. Die Werte der Stellen, an denen sich die senkrechten Asymptoten befinden, tauchen auch in den Funktionsgleichungen auf (bei 3. und 4.). Markiere diese Zahlen in den Funktionsgleichungen ebenfalls mit der Farbe Lila.

01 Elementare gebrochen-rationale Funktionen: Übungen

Aufgabe 1: Gegeben sind im Folgenden die auf ihrem maximalen Definitionsbereich gegebenen Funktionen f_1 bis f_8. Gib die maximal mögliche Definitionsmenge an.

a)	$f_1(x) = \frac{1}{2x}$	b)	$f_2(x) = \frac{3}{x-4} + 2$	c)	$f_3(x) = \frac{7}{x+1{,}5} + 0{,}5$	d)	$f_4(x) = -\frac{1}{3x-3}$
e)	$f_5(x) = \frac{\frac{1}{2}}{2x-4} + 4$	f)	$f_6(x) = \frac{0{,}3}{x} - \frac{1}{4}$	g)	$f_7(x) = \frac{3}{x-2} + 8$	h)	$f_8(x) = \frac{\frac{1}{2}}{2x+6} + 4$

Aufgabe 2: Gegeben sind die auf ihrem maximalen Definitionsbereich gegebenen Funktionen f_1 bis f_3.

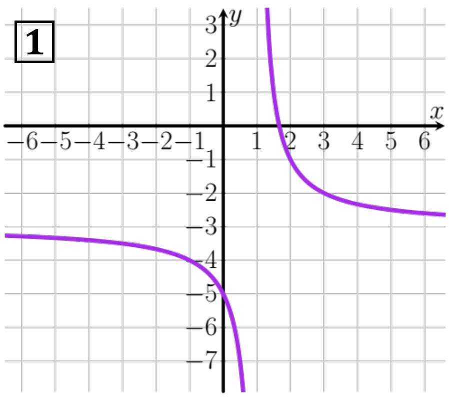
$f_1(x) = \frac{2}{x-1} - 3$	$f_2(x) = \frac{1}{x-4} + 1$	$f_3(x) = \frac{-1}{x-1} + 3$

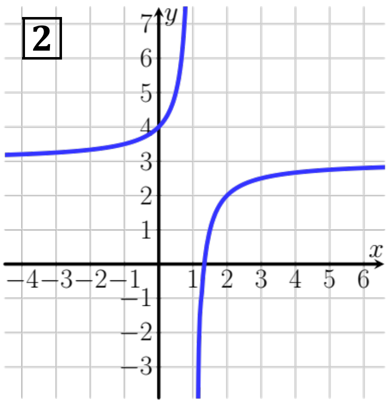
a) Gib die maximale Definitionsmenge der jeweiligen Funktion an.

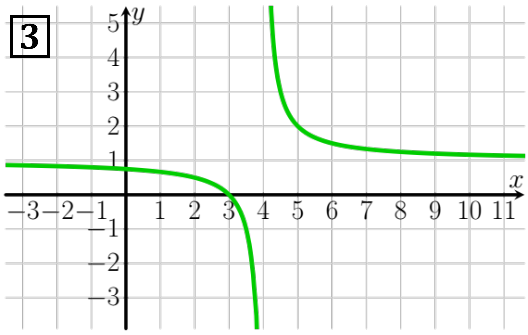
b) Ordne den eingezeichneten Graphen $\boxed{1}$, $\boxed{2}$ und $\boxed{3}$ die Funktionen f_1, f_2 und f_3 begründet zu.

c) Gib die Gleichungen der waagrechten Asymptoten der Graphen von f_1, f_2 und f_3 an.

d) Gib die Gleichungen der senkrechten Asymptoten der Graphen von f_1, f_2 und f_3 an.







Aufgabe 3: Gegeben sind im Folgenden die auf ihrem maximalen Definitionsbereich gegebenen Funktionen f_1 bis f_4.

$f_1(x) = \frac{2}{x-1} - 3$	$f_2(x) = \frac{1{,}5}{x-\frac{1}{2}} + 1$	$f_3(x) = \frac{1}{x-3} + 2$	$f_4(x) = \frac{0{,}5}{(x-0{,}5)(x+3)}$

a) Gib erst die Definitionslücke und anschließend die maximale Definitionsmenge der jeweiligen Funktion an.

b) Gib die Gleichungen der waagrechten Asymptoten des Graphen der jeweiligen Funktionen an.

c) Gib die Gleichungen der senkrechten Asymptoten des Graphen der jeweiligen Funktionen an.

d) Zeichne die Graphen der Funktionen f_1 und f_3, mit Hilfe der bisherigen Ergebnisse und einer Wertetabelle, mit ganzzahligen x-Werten von -6 bis 6.

e) Zeichne die Graphen mit Hilfe eines Funktionsplotters, um deine Ergebnisse zu überprüfen.

Klicke hier oder verwende den QR-Code, um deine Ergebnisse zu überprüfen.

01 Elementare gebrochen-rationale Funktionen: Übungen

Aufgabe 4: Gegeben sind die folgenden Funktionsgraphen gebrochen-rationaler Funktionen f_1 und f_2 der Form $f: x \mapsto \frac{1}{x-b} + c$. Zeichne ein eigenes Koordinatensystem in dein Heft und übertrage die Graphen. Zeichne die Asymptoten ein und bestimme mit Hilfe der Graphen jeweils den Funktionsterm.

Aufgabe 5: Gegeben ist im Folgenden die Wertetabelle einer gebrochen-rationalen Funktion f. Untersuche welche der Funktionsgleichungen zu f gehört.

x	-2	-1	0	1	2
y	-7	5	1	$0{,}2$	$-\frac{1}{7}$

(1) $f(x) = \frac{2}{x-1{,}5} + 1$; (2) $f(x) = \frac{3}{x+1{,}5} - 1$;

Aufgabe 6: Gegeben sind im Folgenden jeweils zwei Gleichungen, durch die die Asymptoten einer gebrochen-rationalen Funktion beschrieben werden können.

a)	$x = 1; y = 2;$	b)	$x = 1{,}5; y = -1;$	c)	$x = 3; y = -2$	d)	$x = -2; y = 1$
e)	$x = -3; y = 1{,}5;$	f)	$x = \frac{3}{4}; y = 2;$	g)	$x = -1; y = -1$	h)	$x = 2{,}25; y = 1$

1) Zeichne die Asymptoten jeweils in ein eigenes Koordinatensystem.
2) Zeichne jeweils eine Hyperbel ein, die die entsprechenden Asymptoten besitzt.
3) Gib jeweils die Funktionsgleichung einer gebrochen-rationalen Funktion an, dessen Graph die entsprechenden Asymptoten besitzt.

Aufgabe 7: Gegeben sind im Folgenden die auf ihrem maximalen Definitionsbereich gegebenen Funktionen f_1 bis f_4.

$f_1(x) = \frac{2}{x+1} + 1$	$f_2(x) = \frac{1}{x+2} - 1$	$f_3(x) = \frac{1}{x-3} + 1$	$f_4(x) = \frac{0{,}5}{(x-0{,}5)} - 1$

1) Zeichne die Graphen der Funktionen jeweils in ein eigenes Koordinatensystem.
2) Entscheide jeweils, ob der Punkt $P(1|0{,}5)$ über, unter oder auf dem Graphen der Funktionen liegt und schreibe deine Lösung auf.
3) Lies aus den Zeichnungen jeweils die Nullstellen der Funktion ab.
4) Lies aus den Zeichnungen jeweils den Schnittpunkt mit der y-Achse ab.

Aufgabe 8: Gegeben ist im Folgenden die auf ihrem maximalen Definitionsbereich gegebene Funktion f mit $f(x) = \frac{2}{x-1} + 0{,}5$.

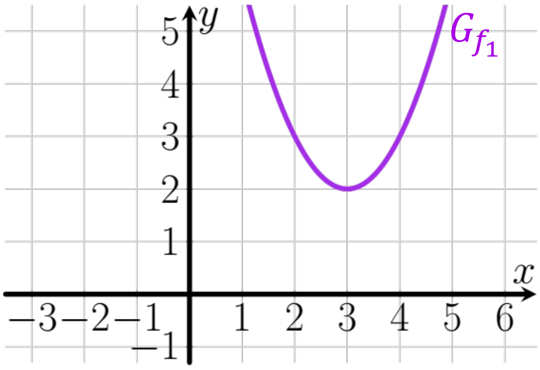
a) Zeichne den Graphen G_f der Funktion f in ein Koordinatensystem.
b) Zeichne die waagrechte und senkrechte Asymptote von G_f ein.
c) Entscheide zu welchem Punkt G_f punktsymmetrisch ist.
d) Gib allgemein die Symmetrieeigenschaft des Graphen einer Funktion g mit $g(x) = \frac{a}{x-b} + c$ an ($a \neq 0, b, c \in \mathbb{Q}\backslash\{-b\}$).

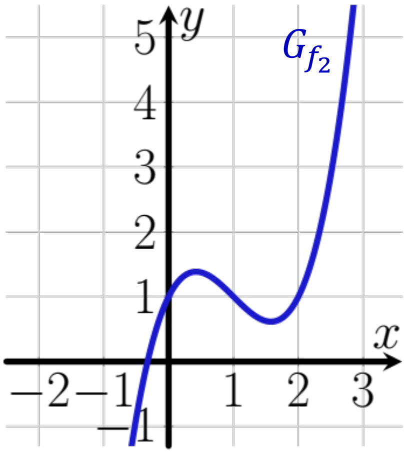
Klicke hier oder verwende den QR-Code, um deine Ergebnisse zu überprüfen.

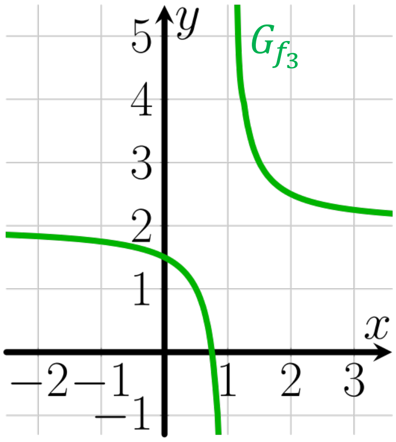
02 Wertemenge einer Funktion bestimmen

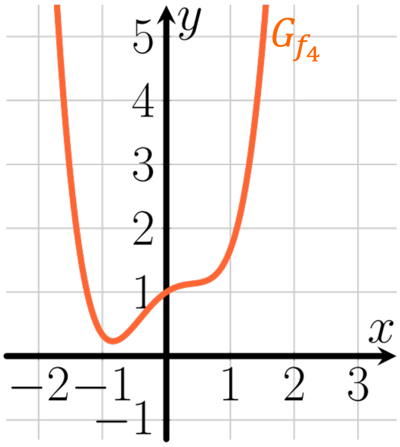
Klicke hier oder scanne den QR-Code, um das zugehörige Video anzusehen.

a) Gegeben sind die Graphen G_{f_1} bis G_{f_4} der Funktion f_1 bis f_4 mit maximalem Definitionsbereich. Bestimme die Wertemenge der jeweiligen Funktion zunächst graphisch durch Markieren auf der y-Achse und gib anschließend die Wertemenge an.

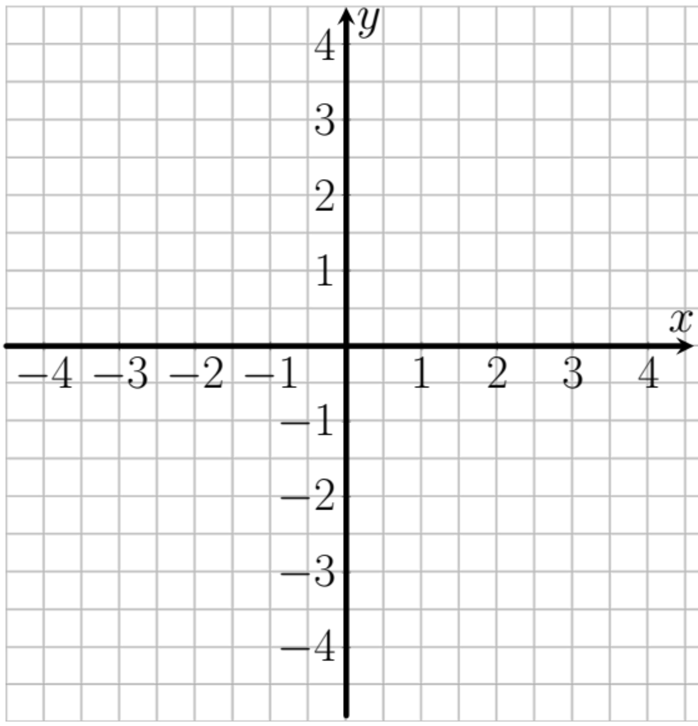


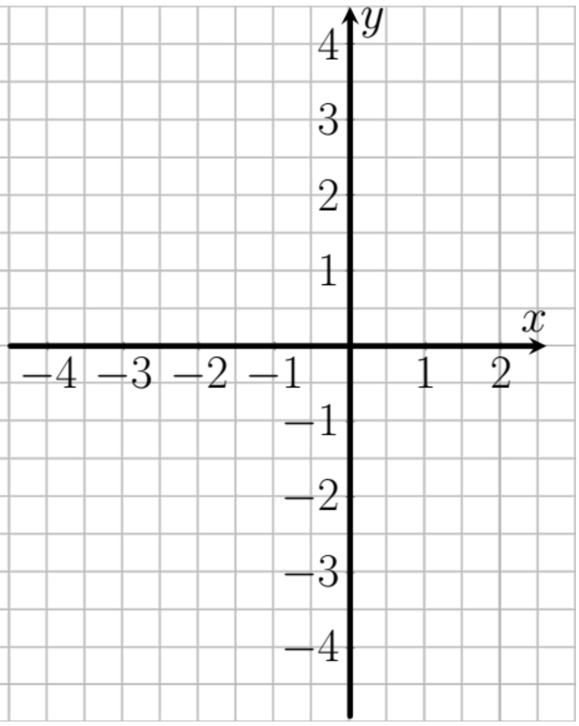






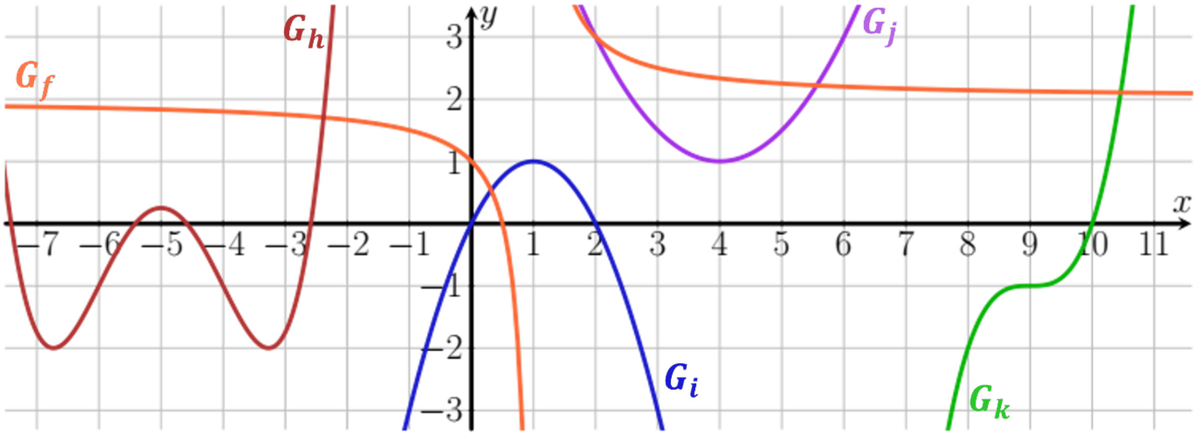
b) Überlege dir im Folgenden zwei eigene Beispiele. Zeichne jeweils den Graphen einer Funktion in die Koordinatensysteme. Stelle anschließend die Wertemenge der zugehörigen Funktion auf der y-Achse dar. Schreibe dann die Wertemenge formal unter die Graphen.





02 Wertemenge einer Funktion bestimmen: Übungen

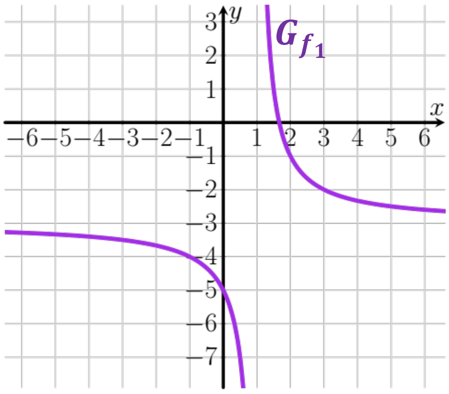
Aufgabe 1: Gegeben sind die Graphen, der auf ganz $\mathbb{R}$ definierten Funktionen f, h, i, j und k. Gib mithilfe der Graphen jeweils die entsprechende Wertemenge der zugehörigen Funktion an.

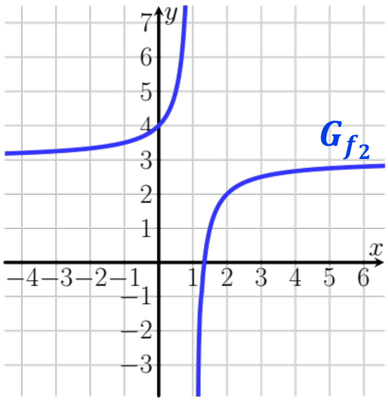


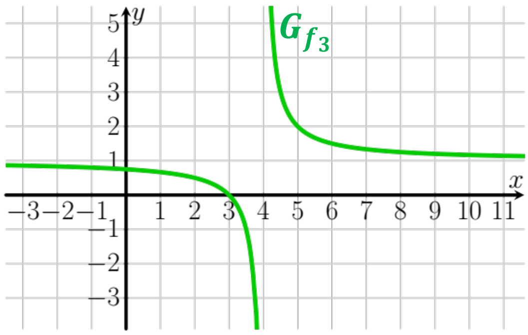
Aufgabe 2: Gegeben sind die auf ihrem maximalen Definitionsbereich gegebenen Funktionen f_1 bis f_3 unter der Grundmenge $\mathbb{Q}$.

a) Gib die maximale Definitionsmenge der jeweiligen Funktion an.

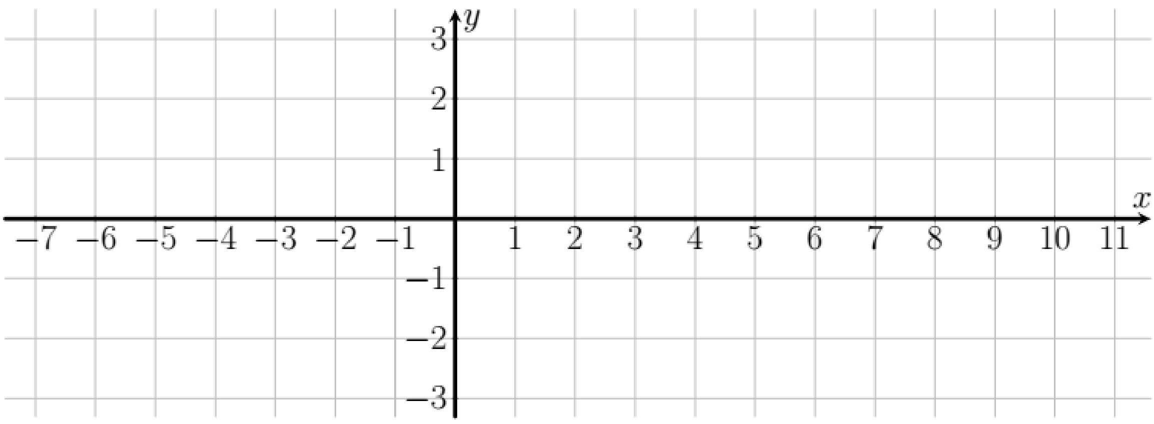
b) Gib die Wertemenge der jeweiligen Funktion an.







Aufgabe 3: Zeichne in das Koordinatensystem mindestens zwei Graphen von Funktionen und beschrifte diese. Lasse anschließend deinen Banknachbarn die Wertemenge der zugehörigen Funktion graphisch bestimmen.



Klicke hier oder verwende den QR-Code, um die Aufgaben 1 und 2 zu überprüfen.

Hügel-Schule BY HÜGEL RUDOLF

03 Hyperbeln: Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen

Klicke hier oder scanne den QR-Code, um das zugehörige Video anzusehen.

a) Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = \frac{0,5}{x+2} - 1$. Gib die maximal mögliche Definitionsmenge von f an.

b) Gib den rechnerischen Ansatz an, um den Schnittpunkt des Graphen G_f von f mit der y-Achse zu bestimmen. Gib den Schnittpunkt anschließend an.

c) Gib den rechnerischen Ansatz an, um den Schnittpunkt des Graphen G_f von f mit der x-Achse zu bestimmen. Berechne anschließend den gesuchten Wert und gib den Punkt samt Koordinaten an.

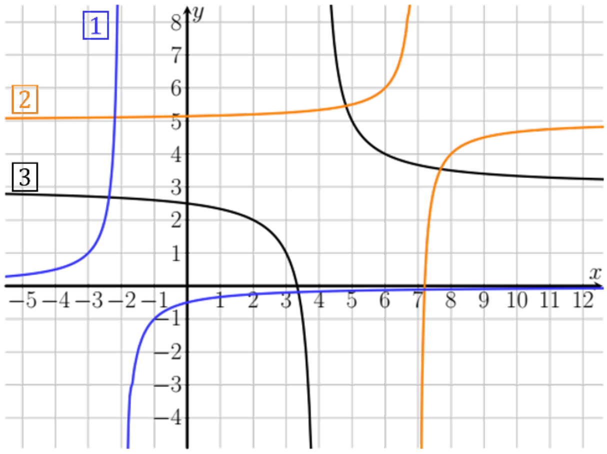
d) Suche dir nun selbst ein Beispiel aus. Gib die Funktionsgleichung einer gegebenen Funktion g an, die du dir selber aussuchen kannst (z.B. $g(x) = \frac{2}{x+1} + 0,5$). Gib die maximal mögliche Definitionsmenge an und bestimme die Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen. Stelle deine Aufgabe anschließend der Klasse vor.

Aufgabe 1: Gegeben sind im Folgenden drei Graphen von elementar gebrochen-rationalen Funktionen.

a) Bestimme die Gleichungen der Asymptoten jedes Graphen graphisch. (Hilfe dazu erhältst du durch Klicken auf den Text oder scannen des QR-Codes)

b) Bestimme die Schnittpunkt mit den Koordinatenachsen jedes Graphen graphisch.

c) Bestimme die Wertemenge der Funktionen graphisch. (Hilf dazu gibt es hier)



Aufgabe 2: Gegeben sind im Folgenden die auf ihrem maximalen Definitionsbereich gegebenen Funktionen f_1 bis f_8.

a)	$f_1(x) = \frac{1}{x-2} + 1$	b)	$f_2(x) = \frac{1{,}5}{x-1} + 2$	c)	$f_3(x) = \frac{1}{x+1{,}5} - 0{,}5$	d)	$f_4(x) = -\frac{1}{x-1}$
e)	$f_5(x) = \frac{\frac{1}{2}}{2x-4} + 4$	f)	$f_6(x) = \frac{0{,}1}{x} - \frac{1}{4}$	g)	$f_7(x) = \frac{3}{x-2} + 8$	h)	$f_8(x) = \frac{\frac{1}{2}}{2x+6} + 4$

(1) Gib die maximal mögliche Definitionsmenge an.

(2) Gib die Gleichungen der Asymptoten des Graphen der jeweiligen Funktion an. (Hilfe zu a) und b) erhältst du durch Klicken auf den Text oder scannen des QR-Codes)

(3) Zeichne die Graphen der Funktionen f_1, f_2 und f_3 in ein gemeinsames Koordinatensystem. (Bereich des Koordinatensystems: $-5 \leq x \leq 5$; $-5 \leq y \leq +5$)

(4) Bestimme die Schnittpunkte der Graphen von f_1, f_2 und f_3 mit den Koordinatenachsen graphisch.

(5) Bestimme die Schnittpunkte der Graphen von f_1, f_2 und f_3 mit den Koordinatenachsen rechnerisch und vergleiche deine Ergebnisse mit denen aus Aufgabe (5).

(6) Bestimme die Schnittpunkte der Graphen von f_4 bis f_8 rechnerisch.

(7) Überlege dir die Funktionsgleichung zu einer Funktion g der Form $g(x) = \frac{a}{x-b} + c$ ($a \in \mathbb{Q}\backslash\{0\}$; $b, c \in \mathbb{Q}$), indem du dir selber Werte für a, b und c aussuchst. Bestimme die Schnittpunkte des Graphen von g mit den Koordinatenachsen rechnerisch. Überprüfe deine Ergebnisse anschließend indem du den Graphen von einer DGS zeichnen lässt. Stelle deine Aufgabe der Klasse vor.

Aufgabe 3: Entscheide jeweils, ob die Aussage richtig oder falsch ist. Begründe deine Wahl mit fachlichen Argumenten.

a) Der Graph jeder elementar gebrochen-rationalen Funktion mit maximaler Definitionsmenge hat einen Schnittpunkt mit der x-Achse.

b) Der Graph jeder elementar gebrochen-rationalen Funktion mit maximaler Definitionsmenge hat einen Schnittpunkt mit der y-Achse.

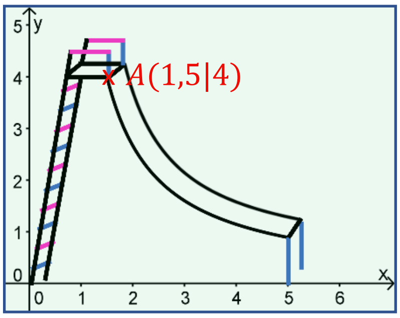
c) Um den Schnittpunkt mit der x-Achse zu bestimmen, muss für x der Wert 0 in die Funktionsgleichung eingesetzt werden.

Klicke hier oder verwende den QR-Code, um deine Ergebnisse zu überprüfen.

Aufgabe 4: Erstelle mithilfe einer dynamischen Geometrie-Software (DGS) den Graphen der Funktion f mit $f(x) = \frac{1}{x-b} + c$ $(b, c \in \mathbb{Q})$. Die Werte b und c sollen dabei durch zwei Schieberegler variabel verändert werden können. Der Graph von f wird mit G_f bezeichnet. Gib jeweils einen Wert für b und c an, der die folgenden Bedingungen erfüllt. Es können auch mehrere Lösungen korrekt sein.
(Beispiel: G_f soll die y-Achse an der Stelle $y = 1$ schneiden.
mögliche Lösung: $b = 2$, $c = 1$; mögliche andere Lösung: $b = -1$, $c = 1$)

a) G_f schneidet die y-Achse an der Stelle $y = 2$.
b) G_f schneidet die y-Achse an einer Stelle $y > -1$.
c) G_f hat nur einen Schnittpunkt mit y-Achse, nicht aber mit der x-Achse.
d) G_f schneidet die x-Achse an der Stelle $x = 3$.
e) G_f hat nur einen Schnittpunkt mit der x-Achse, nicht aber mit der y-Achse.
f) G_f schneidet beide Achsen nicht.

Aufgabe 5: Die kleine Karla geht gerne rutschen. Ihr fällt auf, dass man den Querschnitt der Rutsche an ihrem Lieblingsspielplatz mithilfe des Graphen einer gebrochen-rationalen Funktion f beschreiben kann. Zeichnet man den Graphen komplett in ein Koordinatensystem, dann hat dieser eine senkrechte Asymptote bei $x = 0{,}5$ und eine waagrechte Asymptote bei $y = 0$.



a) Gib für die Funktion f mit $f(x) = \frac{a}{x-b} + c$ Werte für die Variablen b und c an, die die Bedingungen von oben erfüllen. (Hilfe dazu hier)
b) Der Punkt $A(1{,}5|4)$ liegt auf dem oben beschriebenen Graphen. Bestimme mithilfe der in a) erstellten Funktionsgleichung die Variable a und gib $f(x)$ an.
c) Gib eine sinnvolle Definitions- und Wertemenge für f an.

Aufgabe 6: Ermittle die Funktionsgleichung einer gebrochen-rationalen Funktion f mit den folgenden Eigenschaften.

a) Der Graph von f hat eine senkrechte Asymptote bei $x = -1$, eine waagrechte Asymptote bei $y = 2$ und geht durch den Punkt $P(3|3)$.
b) Der Graph von f hat eine senkrechte Asymptote bei $x = 3$, eine waagrechte Asymptote bei $y = 0{,}5$ und geht durch den Punkt $P(1|4)$.
c) Der Graph von f schneidet die y-Achse an der Stelle $y = 1$, hat eine senkrechte Asymptote bei $x = 1$ und eine waagrechte Asymptote bei $y = -2$.
d) Formuliere eine eigene Aufgabe, auf die Art wie a) bis c) gestellt sind, und löse diese.

Aufgabe 7: Gegeben sind die auf ihrem maximalen Definitionsbereich gegebenen Funktionen f_1 bis f_3. Bestimme die Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen der jeweiligen Graphen der Funktionen, falls möglich. Gib eine fachliche Begründung für die Graphen an, für die dies nicht möglich ist. Verwende dabei den Begriff „Asymptote“.

a)	$f_1(x) = \frac{1}{4x} + 1$	b)	$f_2(x) = \frac{3}{x-2} + 2$	c)	$f_3(x) = \frac{4}{x+2{,}5}$

Klicke hier oder verwende den QR-Code, um deine Ergebnisse zu überprüfen.

Aufgabe 8: Gib jeweils eine Funktionsgleichung einer gebrochen-rationalen Funktion f mit maximalem Definitionsbereich an, dessen Graph G_f die angegebenen Eigenschaften erfüllt.

a) G_f schneidet die y-Achse an der Stelle $y = 1$.
b) G_f schneidet die x-Achse an der Stelle $x = 2$.
c) Der Punkt $P(2|2)$ liegt auf G_f und G_f schneidet die y-Achse an der Stelle $y = 0$.

Aufgabe 9: Gegeben sind im Folgenden Eigenschaften von Funktionen f_1 bis f_8. Entscheide jeweils, welche der Funktionen zu welchen Funktionstermen gehören.

- Der Graph von f_1 schneidet die y-Achse an der Stelle $y = 1$.
- Der Graph von f_2 schneidet die x-Achse an der Stelle $x = 4$.
- Der Graph von f_3 schneidet die y-Achse bei $y = 0$ und die x-Achse bei $x = 0$.
- Der Graph von f_4 schneidet die y-Achse bei $y = 3$ und die x-Achse bei $x = 1{,}5$.
- Der Graph von f_5 schneidet die y-Achse bei $y = 0{,}5$ und die x-Achse nicht.
- Der Graph von f_6 schneidet die x-Achse bei $x = -2$ und die y-Achse bei $y = 1{,}5$.

(1)	$T(x) = -\frac{1}{x-1} + 2$	(2)	$T(x) = \frac{1{,}5}{x-1} - 0{,}5$	(3)	$T(x) = -\frac{1}{x-2}$
(4)	$T(x) = \frac{4}{x+2} - 2$	(5)	$T(x) = \frac{1{,}5}{2x+2} + 0{,}75$	(6)	$T(x) = \frac{2}{x-2} + 2$

Aufgabe 10: Erstelle mithilfe einer dynamischen Geometrie-Software (DGS) den Graphen der Funktion f mit $f(x) = \frac{1}{x-b} + c$ $(b, c \in \mathbb{Q})$. Die Werte b und c sollen dabei durch zwei Schieberegler variabel verändert werden können. Der Graph von f wird dabei mit G_f bezeichnet. Gib jeweils das maximale Intervall für b und c an, das die folgenden Bedingungen erfüllt.
(Beispiel: Der Graph soll die y-Achse an einer Stelle $y > 1$ schneiden.
Lösung: $b \in \mathbb{Q}$, $c \in]1; +\infty[$)

a) G_f schneidet die y-Achse an einer Stelle $y > 3$.
b) G_f schneidet die y-Achse an einer Stelle $y \leq -1$.
c) G_f schneidet die y-Achse nicht.
d) G_f schneidet die x-Achse nicht.
e) G_f schneidet die x-Achse an der Stelle $x = 0$.

Aufgabe 11: Gegeben sind die Funktionen f und g mit $f(x) = \frac{1}{x-1} + 2$ und $g(x) = \frac{-2}{x-1} + 1$.

a) Gib die maximale Definitionsmenge der Funktionen f und g an.
b) Gib die Gleichungen aller waagrechten und senkrechten Asymptoten der Graphen von f und von g an.
c) Bestimme die Achsenschnittpunkte der Graphen von f und von g.
d) Zeichne die Graphen der Funktionen f und g unter Verwendung der bisherigen Ergebnisse in ein gemeinsames Koordinatensystem. (Bereich des Koordinatensystems: $-5 \leq x \leq 5$; $-5 \leq y \leq +5$)
e) Lies den Schnittpunkt der eingezeichneten Graphen ab.
f) Überprüfe dein Ergebnis aus e) durch eine Rechnung.

Klicke hier oder verwende den QR-Code, um deine Ergebnisse zu überprüfen.

04 Hyperbeln: Verschiebung im Koordinatensystem

Klicke hier oder scanne den QR-Code, um das zugehörige Video anzusehen.

1. Gegeben ist die Funktionen h_1 mit $h_1(x) = \frac{2}{x}$ und maximalem Definitionsbereich.

a) Gib an, wie der Graph G_{h_2} der Funktion h_2 mit $h_2(x) = \frac{2}{x-2}$ aus dem Graphen G_{h_1} von h_1 hervorgeht. ($\mathbb{D}_{h_2} = \mathbb{D}_{h_2,max}$)

b) Gib an, wie der Graph G_{h_3} der Funktion h_3 mit $h_3(x) = \frac{2}{x+4}$ aus dem Graphen G_{h_1} von h_1 hervorgeht. ($\mathbb{D}_{h_3} = \mathbb{D}_{h_3,max}$)

c) Gib an, wie der Graph G_{h_4} der Funktion h_4 mit $h_4(x) = \frac{2}{x} + 3$ aus dem Graphen G_{h_1} von h_1 hervorgeht. ($\mathbb{D}_{h_4} = \mathbb{D}_{h_4,max}$)

d) Gib an, wie der Graph G_{h_5} der Funktion h_5 mit $h_5(x) = \frac{2}{x-2} + 1$ aus dem Graphen G_{h_1} von h_1 hervorgeht. ($\mathbb{D}_{h_5} = \mathbb{D}_{h_5,max}$)

e) Gib an, wie der Graph G_{h_6} der Funktion h_6 mit $h_6(x) = \frac{2}{x+1} - \frac{1}{3}$ aus dem Graphen G_{h_1} von h_1 hervorgeht. ($\mathbb{D}_{h_6} = \mathbb{D}_{h_6,max}$)

f) Suche dir nun selbst ein Beispiel aus. Gib die Funktionsgleichung einer gegebenen Funktion h_7 an, die du dir selber aussuchen kannst (z.B. $h_7(x) = \frac{2}{x+1{,}8} + 0{,}5$). Gib die maximal mögliche Definitionsmenge an und gib an, wie der Graph von h_7 aus dem Graphen G_{h_1} von h_1 hervorgeht. Stelle deine Aufgabe anschließend der Klasse vor.

04 Verschiebung von Hyperbeln im Koordinatensystem: Übungen

Aufgabe 1: Gegeben sind im Folgenden die auf ihrem maximalen Definitionsbereich gegebenen Funktionen f_1 bis f_4.

$f_1(x) = \frac{3}{x-1} - 1$	$f_2(x) = \frac{3}{x+\frac{1}{2}} - 2$	$f_3(x) = \frac{3}{x+\frac{1}{2}} + 2$	$f_4(x) = \frac{3}{x+2}$

a) Gib jeweils die maximale Definitionsmenge jeder Funktion unter der Grundmenge $\mathbb{Q}$ an. (Hilfe zu a) und b) erhältst du durch Klicken auf den Text oder scannen des QR-Codes)

b) Gib die Gleichungen der Asymptoten des Graphen der jeweiligen Funktion an.

c) Beschreibe, wie die Graphen der Funktionen f_1 bis f_4 aus dem Graphen der Funktion f mit $f(x) = \frac{3}{x}$ hervorgehen.

Aufgabe 2: Entscheide jeweils, ob die Aussage richtig oder falsch ist. Begründe dies mit fachlichen Argumenten.

a)	Der Graph der Funktion g mit $g(x) = \frac{3}{x} + 1$ geht aus dem Graphen von f mit $f(x) = \frac{2}{x}$ durch Verschiebung um $+1$ Längeneinheit (LE) in Richtung der y-Achse hervor.
b)	Der Graph der Funktion g mit $g(x) = \frac{3}{x-2} + 1$ geht aus dem Graphen von f mit $f(x) = \frac{3}{x}$ durch Verschiebung um $+1$LE in Richtung der y-Achse und durch Verschiebung um -2LE in Richtung der x-Achse hervor.
c)	Der Graph der Funktion g mit $g(x) = \frac{-2}{x}$ geht aus dem Graphen von f mit $f(x) = \frac{2}{x}$ durch Spiegelung an der y-Achse hervor. (Tipp: Zeichne die beiden Graphen.)

Aufgabe 3: Erstelle mithilfe einer dynamischen Geometriesoftware (DGS) die Funktion f mit $f(x) = \frac{2}{x-b} + c$, wobei b und c Variablen sind, denen mithilfe eines Schiebereglers Werte zugeordnet werden.

Mit f_{00} wird die Funktion mit der Funktionsgleichung $f_{00}(x) = \frac{2}{x}$ bezeichnet.

a) Bestimme die Werte für b und c für die der Graph von f aus dem Graphen von f_{00} durch Verschiebung um $+2$LE in x-Achsenrichtung und -1LE in y-Achsenrichtung hervorgeht.

b) Bestimme die Werte für b und c für die der Graph von f aus dem Graphen von f_{00} durch Verschiebung um -1LE in x-Achsenrichtung und $+3$LE in y-Achsenrichtung hervorgeht.

c) Beschreibe, wie der Graph von f aus dem Graphen von f_{00} hervorgeht, wenn man für $b = -2$ und für $c = 0{,}5$ wählt.

Mit f_{21} wird die Funktion mit der Funktionsgleichung $f_{21}(x) = \frac{2}{x-2} + 1$ bezeichnet.

d) Bestimme die Werte für b und c für die der Graph von f aus dem Graphen von f_{21} durch Verschiebung um $+2$LE in x-Achsenrichtung und -1LE in y-Achsenrichtung hervorgeht.

e) Bestimme die Werte für b und c für die der Graph von f aus dem Graphen von f_{21} durch Verschiebung um -1LE in x-Achsenrichtung und $+3$LE in y-Achsenrichtung hervorgeht.

f) Beschreibe, wie der Graph von f aus dem Graphen von f_{21} hervorgeht, wenn man für $b = -2$ und für $c = 0{,}5$ wählt.

Klicke hier oder verwende den QR-Code, um deine Ergebnisse zu überprüfen.

Aufgabe 4: Gegeben sind die Funktionen f und g mit $f(x)=\frac{1}{x}$ und $g(x)=\frac{1}{x-1}+0{,}5$ unter der Grundmenge $\mathbb{Q}$.

a) Gib die maximale Definitionsmenge der beiden Funktionen an.
b) Beschreibe, wie der Graph G_g von g aus dem Graphen G_f von f hervorgeht.
c) Zeichne die Graphen der beiden Funktionen und mit Farbe die Asymptoten der Graphen in ein gemeinsames Koordinatensystem, um deine Ergebnisse zu überprüfen. Stelle die Verschiebung von G_f zu G_g hin mit Hilfe von Pfeilen dar.
d) Lese die Koordinaten der Schnittpunkte von G_f und G_g möglichst genau ab und gib diese an.
e) Gib den Ansatz an, um die Schnittpunkte von G_f und G_g rechnerisch zu bestimmen. (Die Gleichung muss nicht gelöst werden.)

Aufgabe 5: Bekannt ist im Folgenden, dass der Graph G_f der Funktion f mit $f(x)=\frac{1}{x-b}+c$, $(b,c\in\mathbb{Q})$ eine waagrechte Asymptote an der Stelle $y=1$ und eine senkrechte Asymptote an der Stelle $x=-2$ besitzt.

a) Gib die Funktionsgleichung von f an und zeichne anschließend G_f in ein Koordinatensystem.
b) Der Graph G_g von g geht durch Verschiebung des Graphen G_f um $+0{,}5$LE in x-Achsenrichtung und +2LE in y-Achsenrichtung hervor.
Zeichne G_g in das Koordinatensystem und gib die Funktionsgleichung von g an.
c) Lese die Koordinaten der Schnittpunkt von G_f und G_g mit den Koordinatenachsen möglichst genau ab.
d) Bestimme die Koordinaten der Schnittpunkte von G_f und G_g durch Rechnung.

Aufgabe 6: Gegeben ist die Funktionen f mit $f(x)=\frac{1}{x-1}+1$ und $g(x)=\frac{1}{x-3}+0{,}5$ unter der Grundmenge $\mathbb{Q}$.

a) Gib die maximale Definitionsmenge der beiden Funktionen an.
b) Beschreibe, wie der Graph G_g von g aus dem Graphen G_f von f hervorgeht.
c) Zeichne die Graphen der beiden Funktionen und mit Farbe die Asymptoten der Graphen in ein gemeinsames Koordinatensystem, um deine Ergebnisse zu überprüfen. Stelle die Verschiebung von G_f zu G_g hin mit Hilfe von Pfeilen dar.
d) Lese die Koordinaten der Schnittpunkte von G_f und G_g möglichst genau ab und gib diese an.

Aufgabe 7: Entscheide jeweils, ob die Aussage richtig oder falsch ist. Begründe dies mit fachlichen Argumenten.

a)	Der Graph der Funktion g mit $g(x)=\frac{2}{x-1}$ geht aus dem Graphen von f mit $f(x)=\frac{2}{x-2}$ durch Verschiebung um $+1$ Längeneinheiten (LE) in Richtung der x-Achse hervor.
b)	Der Graph der Funktion g mit $g(x)=\frac{1}{x-2}+1$ geht aus dem Graphen von f mit $f(x)=\frac{1}{x+3}-1$ durch Verschiebung um $+5$LE in Richtung der x-Achse und um Verschiebung um $+2$LE in Richtung der y-Achse hervor.

05 Indirekt proportionale Größen

Klicke hier oder scanne den QR-Code, um das zugehörige Video anzusehen.

1. Fülle den folgenden Lückentext aus.

Bei zwei indirekt proportionalen Größen führt eine Vervielfachung der einen Größe, um das n-Fache, zu einer der anderen Größe, um den n-ten Teil.

Zwischen zwei indirekt proportionalen Größen herrscht .

2. Familie Friedrich besucht Freunde im Urlaub. Bei einer durchschnittlichen Geschwindigkeit von $70\,\frac{km}{h}$ benötigen sie 10 Stunden.

a) Bilde das Produkt aus der Geschwindigkeit x in $\frac{km}{h}$ und der Fahrtzeit y in Stunden.

Damit gilt nun allgemein: $x \cdot y =$ (1)

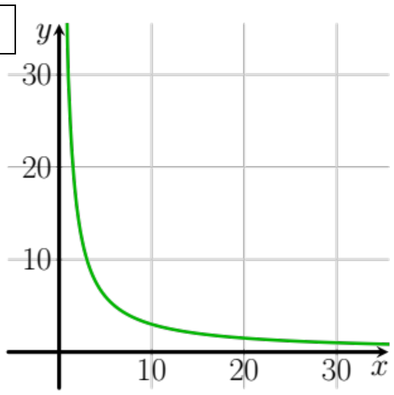
b) Bestimme mit Hilfe von Gleichung (1) die Fahrtzeit bei einer durchschnittlichen Geschwindigkeit von $80\,\frac{km}{h}$.

3. Gegeben sind die folgenden Werte zweier indirekt proportionaler Größen x und y. Bestimme die fehlenden Werte.

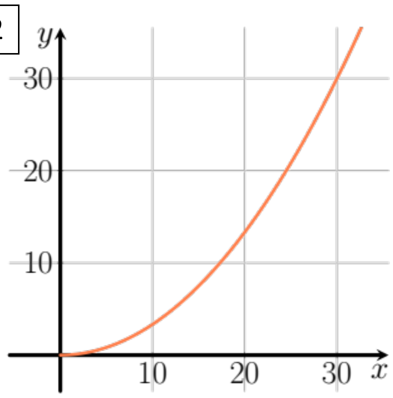
x		3	4	5	
y	30	10			3

4. Gib an, welcher der Graphen in Frage kommt, um den Zusammenhang zweier indirekt proportionaler Größen darzustellen.

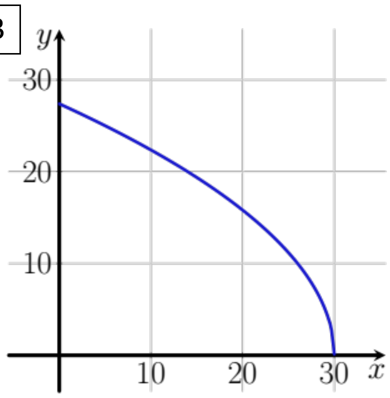
1



2



3



05 Indirekt proportionale Größen: Übungen

Aufgabe 1: Erläutere, ob zwischen den beschriebenen Größen eine direkte, indirekte oder keine Proportionalität vorliegt.

a) Zwei Arbeiter benötigen zum Renovieren eines Zimmers 8 Tage. Vier Arbeiter benötigen die Hälfte der Zeit.
b) Menge an Eiskugeln und der zugehörige Preis.
c) Eine Badewanne benötigt mit einer Zulaufzeit von $x = 0{,}2$ Litern pro Sekunde genau $y = 10$ Minuten, bis Sie mit 120 Litern gefüllt ist.
d) Je mehr eine Person in Stunden lernt, desto besser wird die Schulnote.
e) Je größer der Verbrauch eines Autos, umso weniger weit fährt es.
f) Je höher die durchschnittliche Geschwindigkeit, umso schneller wird eine Strecke von 100 km zurückgelegt.

Aufgabe 2: Gegeben ist im Folgenden jeweils eine Wertetabelle. Überprüfe, ob es sich um direkte, indirekte oder keine proportionalen Zuordnungen handelt.

a)

x	1	3	5	10
y	30	10	6	3

b)

x	1,5	3	4,5	10
y	10	5	3	1,5

c)

x	1	2	3	4
y	10	20	30	40

d)

x	2	3,5	4	10
y	15	$\frac{60}{7}$	7,5	3

Aufgabe 3: Gegeben sind Wertetabellen von indirekt proportionalen Größen. Berechne die fehlenden Werte.

a)

x	1	2		
y	10		40	60

b)

x	1,5	3	4,5	
y		6		1,5

c)

x	1	2	3	4
y			2	

d)

x	1	5	10	20
y		3		

Aufgabe 4: Eine Badewanne benötigt mit einer Zulaufzeit von $x = 0{,}2$ Litern pro Sekunde genau $y = 10$ Minuten, bis sie mit 120 Litern gefüllt ist.

a) Bestimme die benötigte Zeit in Minuten, wenn die Zulaufzeit $0{,}15\,\frac{l}{s}$ beträgt.
b) Bestimme die Zulaufzeit, wenn die Badewanne erst nach 12 Minuten gefüllt ist.

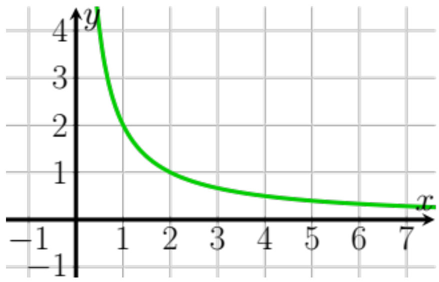
05 Indirekt proportionale Größen: Übungen

Aufgabe 5: Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = \frac{0{,}5}{x}$ mit $\mathbb{D}_f = \mathbb{R}^+$.

a) Erstelle eine Wertetabelle für die ganzzahligen Werte von 1 bis 6.
b) Zeige anhand der Werte, dass es sich um eine indirekt proportionale Zuordnung handelt.
c) Zeichne den Graphen G_f von f.

Aufgabe 6: Gegeben ist der Graph einer indirekt proportionalen Zuordnung. Die zugehörige Funktion f hat die Funktionsgleichung $f(x) = \frac{a}{x}$ mit dem Parameter a.

a) Bestimme mit Hilfe des Graphen den Parameter a.
b) Lies die Werte für $f(1)$, $f(3)$ und $f(5)$ vom Graphen ab.
c) Überprüfe die Werte aus b) durch Rechnung.
d) Weise für die Wertepaare aus c) die Produktgleichheit nach.

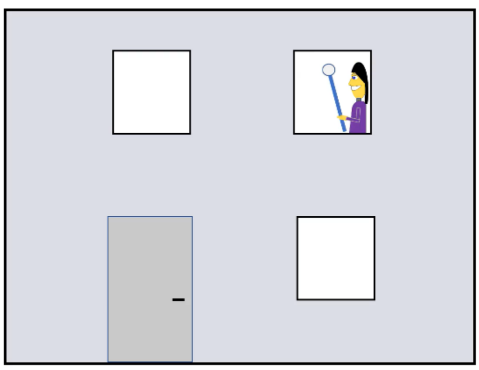


Aufgabe 7: Herr Friedrich fährt in der Regel mit einer durchschnittlichen Geschwindigkeit von $80\,\frac{km}{h}$ die Strecke von Regensburg nach Amberg in 0,875 Stunden.

a) Bestimme die benötigte Zeit in Minuten und Sekunden.
b) Begründe, dass es sich bei den Größen $x :=$ "durchschnittliche Geschwindigkeit in $\frac{km}{h}$" und $y :=$ "Fahrtzeit in Stunden" um indirekt proportionale Größen handelt.
c) Bestimme die Entfernung von Regensburg nach Amberg mithilfe der Angaben. Vergleiche den Wert mit einem Entfernungswert aus dem Internet.
d) Bestimme die benötigte Fahrtzeit bei einer durchschnittlichen Geschwindigkeit von $70\,\frac{km}{h}$.
e) Bestimme, wie schnell Herr Friedrich durchschnittlich fahren muss, wenn er in genau 45 Minuten von Amberg nach Regensburg fahren möchte.

Aufgabe 8: Bei den Arbeiten zum Steichen der Zimmer eines Hauses benötigen zwei Personen 10 Stunden.

e) Gib an, wie lange vier Personen zum Streichen der Zimmer benötigen.
f) Bestimme, wie viele Personen benötigt werden, wenn die Arbeiten innerhalb von 4 Stunden abgeschlossen sein sollen.
g) Bestimme, wie viel Zeit bei 20 Personen benötigt wird. Erläutere, was das Problem bei dieser Rechnung in Bezug auf die tatsächliche Durchführbarkeit ist.



Klicke hier oder verwende den QR-Code, um deine Ergebnisse zu überprüfen.