

Inhalt

Analysis Aufgabengruppe 1	2
1. Exponentialfunktion, Umkehrfunktion.....	2
2. Maximale Definitionsmenge, Nullstelle, Wertemenge	2
3. Bruchfunktion, Stammfunktion, Flächeninhalt	2
4. Ganzrationale Funktion, Steigung, Punkt, Tangente	2
Analysis Aufgabengruppe 2	3
1. Wurzelfunktion, zeichnen, Integral bestimmen.....	3
2. Funktionsterm mit angegebener Wertemenge angeben	3
3. Ganzrationale Funktion, Gleichung der Tangente.....	3
4. Zusammenhang Funktion und inverse Funktion	3
Stochastik Aufgabengruppe 1 und Aufgabengruppe 2	4
Kumulierte Wahrscheinlichkeitsverteilung	4
Geometrie Aufgabengruppe 1: Parallele Geraden, Abstand Geraden.....	5
Geometrie Aufgabengruppe 2: Verkehrsschild, Geradengleichung, Kreisscheibe, Radius	6
Analysis Aufgabengruppe 1 Lösungen	7
1. Exponentialfunktion, Umkehrfunktion.....	7
2. Maximale Definitionsmenge, Nullstelle, Wertemenge	7
3. Bruchfunktion, Stammfunktion, Flächeninhalt	8
4. Ganzrationale Funktion, Steigung, Punkt, Tangente.....	9
Analysis Aufgabengruppe 2 Lösung	10
1. Wurzelfunktion, zeichnen, Integral bestimmen.....	10
2. Funktionsterm mit angegebener Wertemenge angeben	11
3. Ganzrationale Funktion, Gleichung der Tangente.....	12
4. Zusammenhang Funktion und inverse Funktion	13
Stochastik Aufgabengruppe 1 und Aufgabengruppe 2 Lösung	14
Geometrie Aufgabengruppe 1 Lösung : Parallele Geraden, Abstand Geraden	15
Geometrie Aufgabengruppe 2 Lösung : Verkehrsschild, Geradengleichung, Kreisscheibe, Radius.....	16

Hinweis: Die Links und QR-Codes im Folgenden verweisen nicht auf unsere Website, sondern auf unseren You-Tube-Kanal, da man hier mit „timestamps“ zu den einzelnen Aufgaben springen kann. In der gesamten Abiturprüfung ist entweder Aufgabengruppe 1 oder Aufgabengruppe 2 zu bearbeiten.

Analysis Aufgabengruppe 1

1. Gegeben ist die in \mathbb{R} definierte Funktion f mit $f(x) = e^{2x+1}$. Zeigen Sie, dass f umkehrbar ist, und ermitteln Sie einen Term der Umkehrfunktion von f . **(4BE)**

[Lösung S.7](#) [Lösungsvideo](#)



2. a) Gegeben ist die Funktion $g: x \mapsto (x^2 - 9x) \cdot \sqrt{2-x}$ mit maximaler Definitionsmenge D_g . Geben Sie D_g und alle Nullstellen von g an. **(3BE)**

[Lösung S.7](#) [Lösungsvideo](#)



- b) Gegeben ist die in \mathbb{R} definierte Funktion $h: \mapsto \ln\left(\frac{1}{x^2+1}\right)$. Begründen Sie, dass die Wertemenge von h das Intervall $] -\infty; 0]$ ist. **(3BE)**

[Lösung S.8](#) [Lösungsvideo](#)



3. Betrachtet wird die in \mathbb{R}^+ definierte Funktion f mit $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^3}}$.

- a) Zeigen Sie, dass die in \mathbb{R}^+ definierte Funktion F mit $F(x) = -\frac{2}{\sqrt{x}}$ eine Stammfunktion von f ist. **(2BE)**

[Lösung S.8](#) [Lösungsvideo](#)

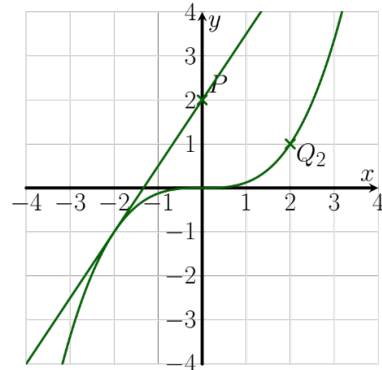


- b) Der Graph von f schließt mit der x-Achse sowie den Geraden mit den Gleichungen $x = 1$ und $x = b$ mit $b > 1$ ein Flächenstück ein. Bestimmen Sie denjenigen Wert von b , für den dieses Flächenstück den Inhalt 1 hat. **(3BE)**

[Lösung S.8](#) [Lösungsvideo](#)



4. Gegeben sind die in \mathbb{R} definierte Funktion f mit $f(x) = \frac{1}{8}x^3$ sowie die Punkte $Q_a(a|f(a))$ für $a \in \mathbb{R}$. Die Abbildung zeigt den Graphen von f sowie die Punkte $P(0|2)$ und Q_2 .



- a) Berechnen Sie für $a \neq 0$ die Steigung m_a der Gerade durch die Punkte P und Q_a in Abhängigkeit von a .

(zur Kontrolle: $m_a = \frac{a^3-16}{8a}$) **(2BE)**

[Lösung S.9](#) [Lösungsvideo](#)



- b) Die Tangente an den Graphen von f im Punkt Q_a wird mit t_a bezeichnet. Bestimmen Sie rechnerisch denjenigen Wert von $a \in \mathbb{R}$, für den t_a durch P verläuft. **(3BE)**

[Lösung S.9](#) [Lösungsvideo](#)



Analysis Aufgabengruppe 2

1. Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = \sqrt{x-2} + 1$ und maximalem Definitionsbereich.

- a) Zeichnen Sie den Graphen von f im Bereich $2 \leq x \leq 11$ in ein Koordinatensystem. **(3BE)**

[Lösung S.10](#) [Lösungsvideo](#)



- b) Berechnen Sie den Wert des Integrals $\int_2^3 f(x) dx$. **(3BE)**

[Lösung S.10](#) [Lösungsvideo](#)



2. Geben Sie jeweils den Term einer in \mathbb{R} definierten Funktion an, die die angegebene Wertemenge W hat.

- a) $W =] - \infty; 1]$ **(2BE)**

[Lösung S.11](#) [Lösungsvideo](#)



- b) $W =]3; +\infty[$ **(2BE)**

[Lösung S.11](#) [Lösungsvideo](#)



3. a) Betrachtet werden eine in \mathbb{R} definierte ganzrationale Funktion p und der Punkt $Q(2|p(2))$. Beschreiben Sie, wie man rechnerisch die Gleichung der Tangente an den Graphen von p im Punkt Q ermitteln kann. **(2BE)**

[Lösung S.12](#) [Lösungsvideo](#)

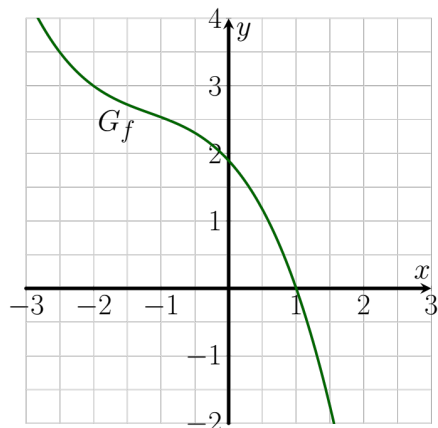


b) Gegeben ist eine in \mathbb{R} definierte Funktion $h: x \mapsto ax^2 + c$ mit $a, c \in \mathbb{R}$, deren Graph im Punkt $N(1|0)$ die Tangente mit der Gleichung $y = -x + 1$ besitzt. Bestimmen Sie a und c . **(3BE)**

[Lösung S.12](#) [Lösungsvideo](#)



4. Die Abbildung zeigt den Graphen G_f einer in \mathbb{R} definierten Funktion f . G_f ist streng monoton fallend und schneidet die x -Achse im Punkt $(1|0)$. Betrachtet wird ferner die Funktion g mit $g(x) = \frac{1}{f(x)}$ und maximalem Definitionsbereich \mathbb{D}_g .



- a) Begründen Sie, dass $x = 1$ nicht in D_g enthalten ist, und geben Sie den Funktionswert $g(-2)$ an. **(2BE)**

[Lösung S.13](#) [Lösungsvideo](#)



- b) Ermitteln Sie mithilfe der Abbildung die x -Koordinaten der Schnittpunkte der Graphen von f und g . **(3BE)**

[Lösung S.13](#) [Lösungsvideo](#)



Stochastik Aufgabengruppe 1 und Aufgabengruppe 2

1. Gegeben ist die Zufallsgröße X mit der Wertemenge $\{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$. Die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X ist symmetrisch, d.h. es gilt $P(X = 0) = P(X = 5)$, $P(X = 1) = P(X = 4)$ und $P(X = 2) = P(X = 3)$. Die Tabelle zeigt die Wahrscheinlichkeitswerte $P(X \leq k)$ für $k \in \{0; 1; 2\}$.

k	0	1	2	3	4	5
$P(X \leq k)$	0,05	0,20	0,50	0,80	0,95	1,00

- a) Tragen Sie die fehlenden Werte in die Tabelle ein. **(2BE)**

[Lösung S.14](#)

[Lösungsvideo](#)



- b) Begründen Sie, dass X nicht binomialverteilt ist. **(3BE)**

[Lösung S.14](#)

[Lösungsvideo](#)



Geometrie Aufgabengruppe 1

Gegeben ist die Gerade $g: \vec{X} = \begin{pmatrix} 1 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\lambda \in \mathbb{R}$, sowie eine weitere Gerade h, welche parallel zu g ist und durch den Punkt A(2|0|0) verläuft. Der Punkt B liegt auf g so, dass die Geraden AB und h senkrecht zueinander sind.

- a) Bestimmen Sie die Koordinaten von B. (zur Kontrolle: B(-2|3|2)) **(4BE)**

[Lösung S.15](#)

[Lösungsvideo](#)



- b) Berechnen Sie den Abstand von g und h. **(1BE)**

[Lösung S.15](#)

[Lösungsvideo](#)



Geometrie Aufgabengruppe 2

Mit einem Lasermessgerät soll ein Verkehrsschild angepeilt werden. Diese Situation wird modellhaft in einem Koordinatensystem dargestellt. Der Ausgangspunkt des Laserstrahls

wird durch den Punkt $P(104|-42|10)$ beschrieben, seine Richtung durch den Vektor $\begin{pmatrix} -13 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Das Verkehrsschild wird durch eine Kreisscheibe repräsentiert, die in der x_2x_3 -Ebene liegt und den Mittelpunkt $M(0|0|20)$, sowie den Radius 3 hat.

Untersuchen Sie, ob der Laserstrahl auf das Verkehrsschild trifft. **(5BE)**

[Lösung S.16](#)

[Lösungsvideo](#)



Analysis Aufgabengruppe 1 **Lösungen**

1. Gegeben ist die in \mathbb{R} definierte Funktion f mit $f(x) = e^{2x+1}$. Zeigen Sie, dass f umkehrbar ist, und ermitteln Sie einen Term der Umkehrfunktion von f . **(4BE)**

Lösung:

f ist umkehrbar, wenn jedem y -Wert genau ein x -Wert zugeordnet wird.

f ist umkehrbar, wenn f streng monoton zunehmend oder streng monoton abnehmend auf \mathbb{D}_f ist.

$f'(x) = \underbrace{e^{2x+1}}_{>0} \cdot 2 > 0 \rightarrow G_f$ ist streng monoton steigend auf ganz \mathbb{R} . $\rightarrow f$ ist umkehrbar.

$$y = e^{2x+1} \quad | \ln$$

$$\ln(y) = 2x + 1 \quad | -1$$

$$\ln(y) - 1 = 2x \quad | :2$$

$$x = \frac{\ln(y)-1}{2}$$

$$\rightarrow f^{-1}(x) = \frac{\ln(x)-1}{2}$$

[Zurück zur Aufgabe](#)

Lösungsvideo: 

2. a) Gegeben ist die Funktion $g: x \mapsto (x^2 - 9x) \cdot \sqrt{2-x}$ mit maximaler Definitionsmenge D_g . Geben Sie D_g und alle Nullstellen von g an. **(3BE)**

Mögliche Einschränkung der Definitionsmenge:

- Bruchterme (Nenner darf nicht null werden)
- Logarithmusterme (Argument muss positiv sein)
- Wurzelterme (Argument darf nicht negativ sein)

$$2 - x \geq 0 \quad | +x$$

$$2 \geq x$$

$$x \leq 2$$

$$\rightarrow D_g =] - \infty; 2]$$

$$g(x) = 0$$

$$(x^2 - 9x) \cdot \sqrt{2-x} = 0$$

$$1. \quad x^2 - 9x = 0$$

$$x(x - 9) = 0$$

$$x_1 = 0; \text{ (einfach) } x_2 = 9 \notin D_g;$$

$$2. \quad 2 - x = 0$$

$$x_3 = 2; \text{ (jeweils einfach)}$$

[Zurück zur Aufgabe](#)

Lösungsvideo: 

- b) Gegeben ist die in \mathbb{R} definierte Funktion $h: \mapsto \ln\left(\frac{1}{x^2+1}\right)$. Begründen Sie, dass die Wertemenge von h das Intervall $] -\infty; 0]$ ist. **(3BE)**

Da $x^2 \geq 0$ gilt, nimmt der Nenner nur Werte zwischen 1 und $+\infty$ an.

Daraus folgt, dass der Bruch selbst nur Werte aus dem Intervall $]0; 1]$ annehmen kann.

In diesem Bereich nimmt die Logarithmusfunktion nur Werte aus dem Intervall $] -\infty; 0]$ an, womit die Wertemenge für obige Funktion erklärt werden kann.

[Zurück zur Aufgabe](#)

[Lösungsvideo:](#)



3. Betrachtet wird die in \mathbb{R}^+ definierte Funktion f mit $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^3}}$.

- a) Zeigen Sie, dass die in \mathbb{R}^+ definierte Funktion F mit $F(x) = -\frac{2}{\sqrt{x}}$ eine Stammfunktion von f ist. **(2BE)**

$$F(x) = -\frac{2}{\sqrt{x}}$$

$$F(x) = -2x^{-\frac{1}{2}}$$

$$F'(x) = -2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot x^{-\frac{1}{2}-1}$$

$$F'(x) = x^{-\frac{3}{2}} = f(x) \qquad -\frac{1}{2} - 1 = -\frac{1}{2} - \frac{2}{2} = -\frac{3}{2}$$

[Zurück zur Aufgabe](#)

[Lösungsvideo:](#)



- b) Der Graph von f schließt mit der x -Achse sowie den Geraden mit den Gleichungen $x = 1$ und $x = b$ mit $b > 1$ ein Flächenstück ein. Bestimmen Sie denjenigen Wert von b , für den dieses Flächenstück den Inhalt 1 hat. **(3BE)**

$$\int_1^b f(x) dx = 1$$

$$\int_1^b f(x) dx = F(b) - F(1) = -\frac{2}{\sqrt{b}} - \left(-\frac{2}{\sqrt{1}}\right) = -\frac{2}{\sqrt{b}} + 2$$

$$-\frac{2}{\sqrt{b}} + 2 = 1 \qquad | -2$$

$$-\frac{2}{\sqrt{b}} = -1 \qquad | \cdot \sqrt{b}$$

$$-2 = -\sqrt{b} \qquad | \cdot (-1)$$

$$2 = \sqrt{b} \qquad | ^2$$

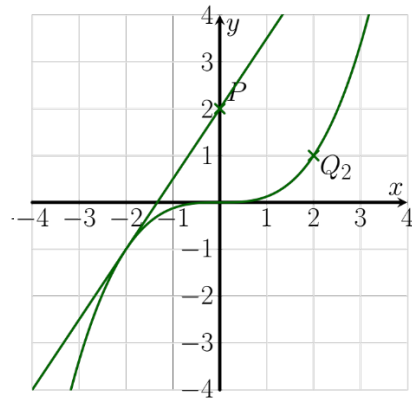
$$b = 4$$

[Zurück zur Aufgabe](#)

[Lösungsvideo:](#)



4. Gegeben sind die in \mathbb{R} definierte Funktion f mit $f(x) = \frac{1}{8}x^3$ sowie die Punkte $Q_a(a|f(a))$ für $a \in \mathbb{R}$. Die Abbildung zeigt den Graphen von f sowie die Punkte $P(0|2)$ und Q_2 .



- a) Berechnen Sie für $a \neq 0$ die Steigung m_a der Gerade durch die Punkte P und Q_a in Abhängigkeit von a .

(zur Kontrolle: $m_a = \frac{a^3-16}{8a}$) **(2BE)**

Geradensteigung allgemein: $m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$

$$m_a = \frac{f(a)-2}{a-0} = \frac{\frac{1}{8}a^3-2}{a} \cdot \frac{8}{8} = \frac{a^3-16}{8a}$$

[Zurück zur Aufgabe](#)

[Lösungsvideo:](#)



- b) Die Tangente an den Graphen von f im Punkt Q_a wird mit t_a bezeichnet. Bestimmen Sie rechnerisch denjenigen Wert von $a \in \mathbb{R}$, für den t_a durch P verläuft. **(3BE)**

Steigung von Funktionsgraphen an der Stelle $x = a$: $m_a = f'(a)$

$$f(x) = \frac{1}{8}x^3$$

$$f'(x) = \frac{3}{8}x^2$$

$$m_a = f'(a) = \frac{3}{8}a^2$$

$$\frac{3}{8}a^2 = \frac{a^3-16}{8a} \quad | \cdot 8a$$

$$3a^3 = a^3 - 16 \quad | -a^3$$

$$2a^3 = -16 \quad | :2$$

$$a^3 = -8 \quad | \sqrt[3]{\quad}$$

$$a = -2$$

ODER:

$$m_a = f'(a) = \frac{3}{8}a^2$$

Allgemeine Geradengleichung: $y = mx + t$

$$y = \frac{3}{8}a^2x + t$$

$$f(a) = \frac{3}{8}a^2 \cdot a + t$$

$$\frac{1}{8}a^3 = \frac{3}{8}a^2 \cdot a + t \rightarrow t = -\frac{1}{4}a^3$$

$$y = \frac{3}{8}a^2x - \frac{1}{4}a^3$$

$$2 = \frac{3}{8}a^2 \cdot 0 - \frac{1}{4}a^3 \rightarrow a = -2$$

[Zurück zur Aufgabe](#)

[Lösungsvideo:](#)



Analysis Aufgabengruppe 2 Lösung

1. Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = \sqrt{x-2} + 1$ und maximalem Definitionsbereich.

a) Zeichnen Sie den Graphen von f im Bereich $2 \leq x \leq 11$ in ein Koordinatensystem. (3BE)

Wertetabelle:

x	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
y	1	2			3					4

$$f(2) = \sqrt{2-2} + 1 = \sqrt{0} + 1 = 1$$

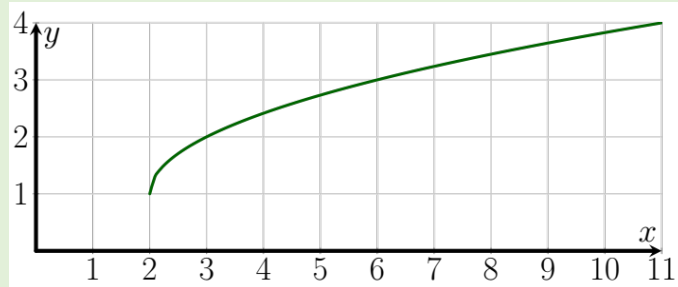
$$f(3) = \sqrt{3-2} + 1 = \sqrt{1} + 1 = 2$$

$$f(4) = \sqrt{4-2} + 1 = \sqrt{2} + 1$$

$$f(5) = \sqrt{5-2} + 1 = \sqrt{3} + 1$$

$$f(6) = \sqrt{6-2} + 1 = \sqrt{4} + 1 = 3$$

$$f(11) = \sqrt{11-2} + 1 = \sqrt{9} + 1 = 4$$



[Zurück zur Aufgabe](#)

[Lösungsvideo](#)



b) Berechnen Sie den Wert des Integrals $\int_2^3 f(x) dx$. (3BE)

$$\int_2^3 f(x) dx = \int_2^3 (\sqrt{x-2} + 1) dx = \int_2^3 \left((x-2)^{\frac{1}{2}} + 1 \right) dx = \left[\frac{1}{\frac{3}{2}} (x-2)^{\frac{1}{2}+1} + x \right]_2^3 =$$

$$\left[\frac{2}{3} (x-2)^{\frac{3}{2}} + x \right]_2^3 = \frac{2}{3} (3-2)^{\frac{3}{2}} + 3 - \left(\frac{2}{3} (2-2)^{\frac{3}{2}} + 2 \right) = \frac{2}{3} + 1 = \frac{5}{3}$$

$$\int x^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1} + C$$

[Zurück zur Aufgabe](#)

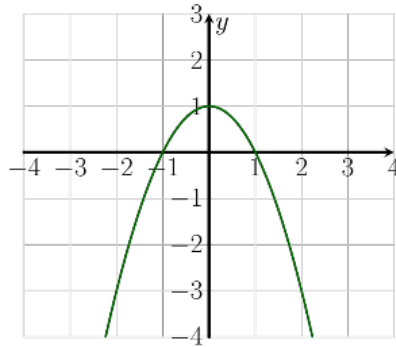
[Lösungsvideo](#)



2. Geben Sie jeweils den Term einer in \mathbb{R} definierten Funktion an, die die angegebene Wertemenge \mathbb{W} hat.

a) $\mathbb{W} =] - \infty; 1]$ (2BE)

$$f(x) = -x^2 + 1$$



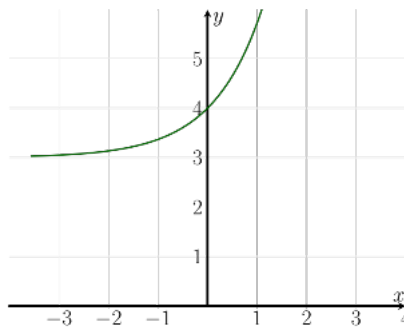
[Zurück zur Aufgabe](#)

[Lösungsvideo](#)



b) $\mathbb{W} =]3; +\infty[$ (2BE)

$$f(x) = e^x + 3$$



[Zurück zur Aufgabe](#)

[Lösungsvideo](#)



3. a) Betrachtet werden eine in \mathbb{R} definierte ganzrationale Funktion p und der Punkt $Q(2|p(2))$.

Beschreiben Sie, wie man rechnerisch die Gleichung der Tangente an den Graphen von p im Punkt Q ermitteln kann. **(2BE)**

Für eine allgemeine Gerade gilt die Gleichung $y = m \cdot x + t$.

Die Steigung der Tangente, kann mit Hilfe der ersten Ableitung bestimmt werden.

Es gilt: $m_t = p'(2)$

Anschließend können die Koordinaten des Punktes Q in die Gleichung $y = p'(2) \cdot x + t$ eingesetzt werden, womit man noch die unbekannte t erhält.

[Zurück zur Aufgabe](#)

[Lösungsvideo](#)



- b) Gegeben ist eine in \mathbb{R} definierte Funktion $h: x \mapsto ax^2 + c$ mit $a, c \in \mathbb{R}$, deren Graph im Punkt $N(1|0)$ die Tangente mit der Gleichung $y = -x + 1$ besitzt.

Bestimmen Sie a und c . **(3BE)**

1. $h(1) = 0$

$$a \cdot 1^2 + c = 0$$

(I) $a + c = 0$

2. $m_t = -1$

$$h'(x) = 2ax$$

$$h'(1) = -1$$

(II) $2a \cdot 1 = -1 \rightarrow a = -\frac{1}{2}$

$$\rightarrow c = -a = \frac{1}{2}$$

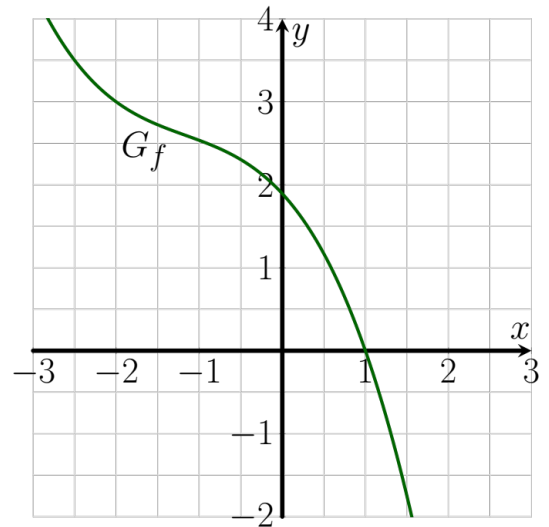
$$h(x) = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}$$

[Zurück zur Aufgabe](#)

[Lösungsvideo](#)



4. Die Abbildung zeigt den Graphen G_f einer in \mathbb{R} definierten Funktion f . G_f ist streng monoton fallend und schneidet die x -Achse im Punkt $(1|0)$. Betrachtet wird ferner die Funktion g mit $g(x) = \frac{1}{f(x)}$ und maximalem Definitionsbereich D_g .



- c) Begründen Sie, dass $x = 1$ nicht in D_g enthalten ist, und geben Sie den Funktionswert $g(-2)$ an. **(2BE)**

Für $x = 1$ gilt $f(x) = 0$ (bzw. $f(1) = 0$) und da man durch 0 nicht teilen darf, muss dieser Wert beim maximalen Definitionsbereich von g ausgeschlossen werden.

$$g(-2) = \frac{1}{f(-2)} = \frac{1}{3}$$

[Zurück zur Aufgabe](#)

[Lösungsvideo](#)



- d) Ermitteln Sie mithilfe der Abbildung die x -Koordinaten der Schnittpunkte der Graphen von f und g . **(3BE)**

$$\begin{aligned} g(x) &= f(x) \\ \frac{1}{f(x)} &= f(x) && | \cdot f(x) \\ f(x)^2 &= 1 && | \sqrt{\quad} \\ f(x) &= \pm 1 \\ \rightarrow x_1 &\approx 0,6; x_2 \approx 1,3; \end{aligned}$$

[Zurück zur Aufgabe](#)

[Lösungsvideo](#)



Stochastik Aufgabengruppe 1 und Aufgabengruppe 2 Lösung

Gegeben ist die Zufallsgröße X mit der Wertemenge $\{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$. Die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X ist **symmetrisch**, d.h. es gilt $P(X = 0) = P(X = 5)$, $P(X = 1) = P(X = 4)$ und $P(X = 2) = P(X = 3)$. Die Tabelle zeigt die Wahrscheinlichkeitswerte $P(X \leq k)$ für $k \in \{0; 1; 2\}$.

k	0	1	2	3	4	5
$P(X \leq k)$	0,05	0,20	0,50	0,80	0,95	1,00

a) Tragen Sie die fehlenden Werte in die Tabelle ein. **(2BE)**

$$P(X = 0) = 0,05 = P(X = 5)$$

$$P(X = 1) = 0,15 = P(X = 4)$$

$$P(X = 2) = 0,30 = P(X = 3)$$

[Zurück zur Aufgabe](#)

[Lösungsvideo](#)



b) Begründen Sie, dass X nicht binomialverteilt ist. **(3BE)**

$$P_p^5(X = 0) = \binom{5}{0} \cdot p^0 \cdot (1 - p)^5 = (1 - p)^5$$

$$P_p^5(X = 5) = \binom{5}{5} \cdot p^5 \cdot (1 - p)^0 = p^5$$

$$p^5 = (1 - p)^5$$

$$p = 1 - p$$

$$2p = 1$$

$$\rightarrow p = \frac{1}{2}$$

$$P_{0,5}^5(X = 0) = \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1^5}{2^5} = \frac{1}{32} \neq 0,05 = \frac{5}{100} = \frac{1}{20}$$

[Zurück zur Aufgabe](#)

[Lösungsvideo](#)



Geometrie Aufgabengruppe 1 Lösung

Gegeben ist die Gerade $g: \vec{X} = \begin{pmatrix} 1 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\lambda \in \mathbb{R}$, sowie eine weitere Gerade h , welche parallel zu g ist und durch den Punkt $A(2|0|0)$ verläuft. Der Punkt B liegt auf g so, dass die Geraden AB und h senkrecht zueinander sind.

a) Bestimmen Sie die Koordinaten von B . (zur Kontrolle: $B(-2|3|2)$) (4BE)

h ist parallel zu g und verläuft durch A :

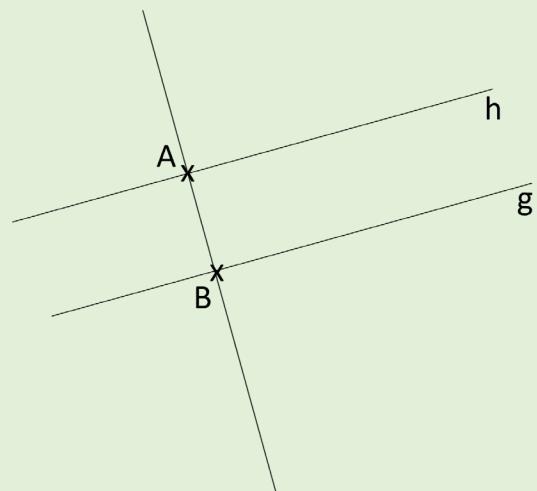
$$h: \vec{X} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 1 + 3\lambda \\ 7 + 4\lambda \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 + 3\lambda \\ 7 + 4\lambda \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -1 + 3\lambda \\ 7 + 4\lambda \\ 2 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} = 0$$

$$\begin{aligned} (-1 + 3\lambda) \cdot 3 + (7 + 4\lambda) \cdot 4 + 2 \cdot 0 &= 0 \\ -3 + 9\lambda + 28 + 16\lambda &= 0 \\ 25\lambda + 25 &= 0 \\ \lambda &= -1 \end{aligned}$$

$$\rightarrow B(-2|3|2)$$



[Zurück zur Aufgabe](#)

[Lösungsvideo](#)



b) Berechnen Sie den Abstand von g und h . (1BE)

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(-4)^2 + 3^2 + 2^2} = \sqrt{16 + 9 + 4} = \sqrt{29}$$

[Zurück zur Aufgabe](#)

[Lösungsvideo](#)



Geometrie Aufgabengruppe 2

Mit einem Lasermessgerät soll ein Verkehrsschild angepeilt werden. Diese Situation wird modellhaft in einem Koordinatensystem dargestellt. Der Ausgangspunkt des Laserstrahls

wird durch den Punkt $P(104|-42|10)$ beschrieben, seine Richtung durch den Vektor $\begin{pmatrix} -13 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Das Verkehrsschild wird durch eine Kreisscheibe repräsentiert, die in der x_2x_3 -Ebene liegt und den Mittelpunkt $M(0|0|20)$, sowie den Radius 3 hat.

Untersuchen Sie, ob der Laserstrahl auf das Verkehrsschild trifft. (5BE)

$$g: \vec{X} = \begin{pmatrix} 104 \\ -42 \\ 10 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} -13 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$x_2x_3\text{-Ebene: } x_1 = 0$$

$$104 - 13\lambda = 0$$

$$13\lambda = 104$$

$$\lambda = 8$$

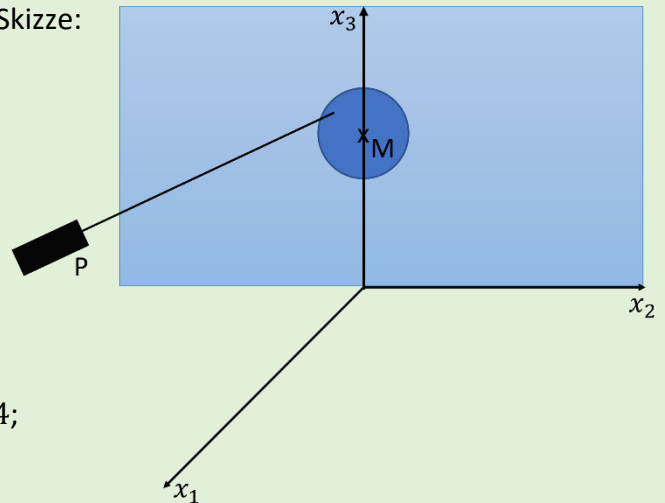
$$\text{NR: } 10 \cdot 13 = 130; 9 \cdot 13 = 117; 8 \cdot 13 = 104;$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 104 \\ -42 \\ 10 \end{pmatrix} + 8 \cdot \begin{pmatrix} -13 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 18 \end{pmatrix}$$

$$|\vec{AM}| = \sqrt{0^2 + (0 - 2)^2 + (20 - 18)^2} = \sqrt{4 + 4} = \sqrt{8} \leq 3$$

→ Der Laserstrahl trifft auf das Verkehrsschild.

Skizze:



[Zurück zur Aufgabe](#)

[Lösungsvideo](#)

