Übungen: Verschiebung von Hyperbeln im Koordinatensystem

Aufgabe 1: Gegeben sind im Folgenden die auf ihrem maximalen Definitionsbereich gegebenen Funktionen f_1 bis f_4.

$f_1(x) = \frac{3}{x-1} - 1$	$f_2(x) = \frac{3}{x+\frac{1}{2}} - 2$	$f_3(x) = \frac{3}{x+\frac{1}{2}} + 2$	$f_4(x) = \frac{3}{x+2}$

a) Gib jeweils die maximale Definitionsmenge jeder Funktion unter der Grundmenge $\mathbb{Q}$ an. (Hilfe zu a) und b) erhältst du durch Klicken auf den Text oder scannen des QR-Codes)

b) Gib die Gleichungen der Asymptoten des Graphen der jeweiligen Funktion an.

c) Beschreibe, wie die Graphen der Funktionen f_1 bis f_4 aus dem Graphen der Funktion f mit $f(x) = \frac{3}{x}$ hervorgehen.

Aufgabe 2: Entscheide jeweils, ob die Aussage richtig oder falsch ist. Begründe dies mit fachlichen Argumenten.

a)	Der Graph der Funktion g mit $g(x) = \frac{3}{x} + 1$ geht aus dem Graphen von f mit $f(x) = \frac{2}{x}$ durch Verschiebung um $+1$ Längeneinheit (LE) in Richtung der y-Achse hervor.
b)	Der Graph der Funktion g mit $g(x) = \frac{3}{x-2} + 1$ geht aus dem Graphen von f mit $f(x) = \frac{3}{x}$ durch Verschiebung um $+1$LE in Richtung der y-Achse und durch Verschiebung um -2LE in Richtung der x-Achse hervor.
c)	Der Graph der Funktion g mit $g(x) = \frac{-2}{x}$ geht aus dem Graphen von f mit $f(x) = \frac{2}{x}$ durch Spiegelung an der y-Achse hervor. (Tipp: Zeichne die beiden Graphen.)

Aufgabe 3: Erstelle mithilfe einer dynamischen Geometriesoftware (DGS) die Funktion f mit $f(x) = \frac{2}{x-b} + c$, wobei b und c Variablen sind, denen mithilfe eines Schiebereglers Werte zugeordnet werden.

Mit f_{00} wird die Funktion mit der Funktionsgleichung $f_{00}(x) = \frac{2}{x}$ bezeichnet.

a) Bestimme die Werte für b und c für die der Graph von f aus dem Graphen von f_{00} durch Verschiebung um $+2$LE in x-Achsenrichtung und -1LE in y-Achsenrichtung hervorgeht.

b) Bestimme die Werte für b und c für die der Graph von f aus dem Graphen von f_{00} durch Verschiebung um -1LE in x-Achsenrichtung und $+3$LE in y-Achsenrichtung hervorgeht.

c) Beschreibe, wie der Graph von f aus dem Graphen von f_{00} hervorgeht, wenn man für $b = -2$ und für $c = 0{,}5$ wählt.

Mit f_{21} wird die Funktion mit der Funktionsgleichung $f_{21}(x) = \frac{2}{x-2} + 1$ bezeichnet.

d) Bestimme die Werte für b und c für die der Graph von f aus dem Graphen von f_{21} durch Verschiebung um $+2$LE in x-Achsenrichtung und -1LE in y-Achsenrichtung hervorgeht.

e) Bestimme die Werte für b und c für die der Graph von f aus dem Graphen von f_{21} durch Verschiebung um -1LE in x-Achsenrichtung und $+3$LE in y-Achsenrichtung hervorgeht.

f) Beschreibe, wie der Graph von f aus dem Graphen von f_{21} hervorgeht, wenn man für $b = -2$ und für $c = 0{,}5$ wählt.

Klicke hier oder verwende den QR-Code, um deine Ergebnisse zu überprüfen.

Aufgabe 4: Gegeben sind die Funktionen f und g mit $f(x) = \frac{1}{x}$ und $g(x) = \frac{1}{x-1} + 0{,}5$ unter der Grundmenge $\mathbb{Q}$.

a) Gib die maximale Definitionsmenge der beiden Funktionen an.

b) Beschreibe, wie der Graph G_g von g aus dem Graphen G_f von f hervorgeht.

c) Zeichne die Graphen der beiden Funktionen und mit Farbe die Asymptoten der Graphen in ein gemeinsames Koordinatensystem, um deine Ergebnisse zu überprüfen. Stelle die Verschiebung von G_f zu G_g hin mit Hilfe von Pfeilen dar.

d) Lese die Koordinaten der Schnittpunkte von G_f und G_g möglichst genau ab und gib diese an.

e) Gib den Ansatz an, um die Schnittpunkte von G_f und G_g rechnerisch zu bestimmen. (Die Gleichung muss nicht gelöst werden.)

Aufgabe 5: Bekannt ist im Folgenden, dass der Graph G_f der Funktion f mit $f(x) = \frac{1}{x-b} + c$, ($b, c \in \mathbb{Q}$) eine waagrechte Asymptote an der Stelle $y = 1$ und eine senkrechte Asymptote an der Stelle $x = -2$ besitzt.

a) Gib die Funktionsgleichung von f an und zeichne anschließend G_f in ein Koordinatensystem.

b) Der Graph G_g von g geht durch Verschiebung des Graphen G_f um $+0{,}5$LE in x-Achsenrichtung und +2LE in y-Achsenrichtung hervor.
Zeichne G_g in das Koordinatensystem und gib die Funktionsgleichung von g an.

c) Lese die Koordinaten der Schnittpunkt von G_f und G_g mit den Koordinatenachsen möglichst genau ab.

d) Bestimme die Koordinaten der Schnittpunkte von G_f und G_g durch Rechnung.

Aufgabe 6: Gegeben ist die Funktionen f mit $f(x) = \frac{1}{x-1} + 1$ und $g(x) = \frac{1}{x-3} + 0{,}5$ unter der Grundmenge $\mathbb{Q}$.

a) Gib die maximale Definitionsmenge der beiden Funktionen an.

b) Beschreibe, wie der Graph G_g von g aus dem Graphen G_f von f hervorgeht.

c) Zeichne die Graphen der beiden Funktionen und mit Farbe die Asymptoten der Graphen in ein gemeinsames Koordinatensystem, um deine Ergebnisse zu überprüfen. Stelle die Verschiebung von G_f zu G_g hin mit Hilfe von Pfeilen dar.

d) Lese die Koordinaten der Schnittpunkte von G_f und G_g möglichst genau ab und gib diese an.

Aufgabe 7: Entscheide jeweils, ob die Aussage richtig oder falsch ist. Begründe dies mit fachlichen Argumenten.

a)	Der Graph der Funktion g mit $g(x) = \frac{2}{x-1}$ geht aus dem Graphen von f mit $f(x) = \frac{2}{x-2}$ durch Verschiebung um $+1$ Längeneinheiten (LE) in Richtung der x-Achse hervor.
b)	Der Graph der Funktion g mit $g(x) = \frac{1}{x-2} + 1$ geht aus dem Graphen von f mit $f(x) = \frac{1}{x+3} - 1$ durch Verschiebung um $+5$LE in Richtung der x-Achse und um Verschiebung um $+2$LE in Richtung der y-Achse hervor.