

# Übungen: Elementare gebrochen-rationale Funktionen

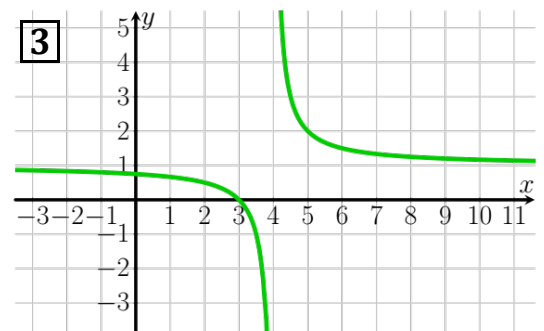
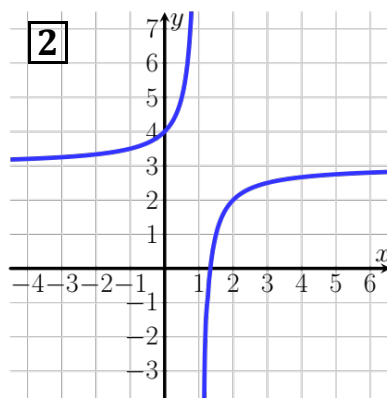
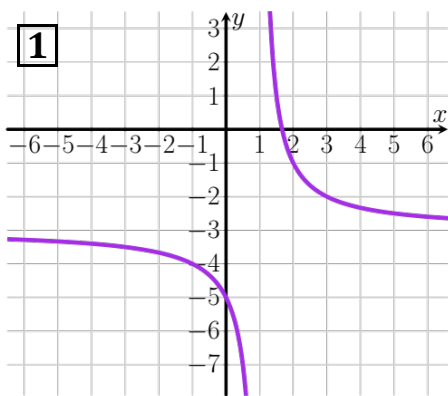
**Aufgabe 1:** Gegeben sind im Folgenden die auf ihrem maximalen Definitionsbereich gegebenen Funktionen  $f_1$  bis  $f_8$ . Gib die maximal mögliche Definitionsmenge an.

a)	$f_1(x) = \frac{1}{2x}$	b)	$f_2(x) = \frac{3}{x-4} + 2$	c)	$f_3(x) = \frac{7}{x+1,5} + 0,5$	d)	$f_4(x) = -\frac{1}{3x-3}$
e)	$f_5(x) = \frac{\frac{1}{2}}{2x-4} + 4$	f)	$f_6(x) = \frac{0,3}{x} - \frac{1}{4}$	g)	$f_7(x) = \frac{3}{x-2} + 8$	h)	$f_8(x) = \frac{\frac{1}{2}}{2x+6} + 4$

**Aufgabe 2:** Gegeben sind die auf ihrem maximalen Definitionsbereich gegebenen Funktionen  $f_1$  bis  $f_3$ .

$f_1(x) = \frac{2}{x-1} - 3$	$f_2(x) = \frac{1}{x-4} + 1$	$f_3(x) = \frac{-1}{x-1} + 3$
------------------------------	------------------------------	-------------------------------

- Gib die maximale Definitionsmenge der jeweiligen Funktion an.
- Ordne den eingezeichneten Graphen **1**, **2** und **3** die Funktionen  $f_1$ ,  $f_2$  und  $f_3$  begründet zu.
- Gib die Gleichungen der waagrechten Asymptoten der Graphen von  $f_1$ ,  $f_2$  und  $f_3$  an.
- Gib die Gleichungen der senkrechten Asymptoten der Graphen von  $f_1$ ,  $f_2$  und  $f_3$  an.



**Aufgabe 3:** Gegeben sind im Folgenden die auf ihrem maximalen Definitionsbereich gegebenen Funktionen  $f_1$  bis  $f_4$ .

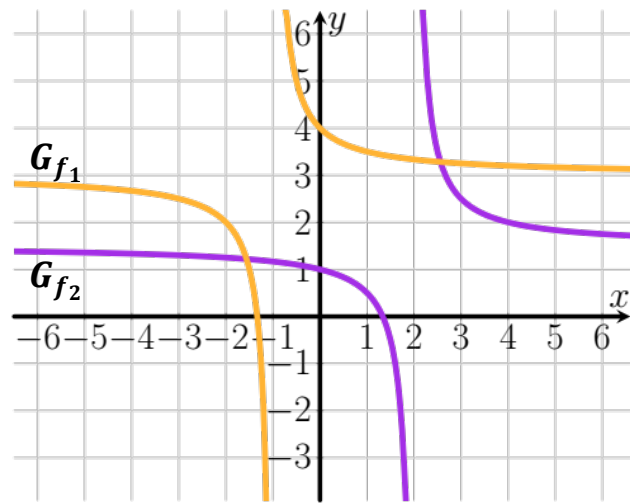
$f_1(x) = \frac{2}{x-1} - 3$	$f_2(x) = \frac{1,5}{x-\frac{1}{2}} + 1$	$f_3(x) = \frac{1}{x-3} + 2$	$f_4(x) = \frac{0,5}{(x-0,5)(x+3)}$
------------------------------	--	------------------------------	-------------------------------------

- Gib erst die Definitionslücke und anschließend die maximale Definitionsmenge der jeweiligen Funktion an.
- Gib die Gleichungen der waagrechten Asymptoten des Graphen der jeweiligen Funktionen an.
- Gib die Gleichungen der senkrechten Asymptoten des Graphen der jeweiligen Funktionen an.
- Zeichne die Graphen der Funktionen  $f_1$  und  $f_3$ , mit Hilfe der bisherigen Ergebnisse und einer Wertetabelle, mit ganzzahligen  $x$ -Werten von  $-6$  bis  $6$ .
- Zeichne die Graphen mit Hilfe eines Funktionsplotters, um deine Ergebnisse zu überprüfen.



# Übungen: Elementare gebrochen-rationale Funktionen

**Aufgabe 4:** Gegeben sind die folgenden Funktionsgraphen gebrochen-rationaler Funktionen  $f_1$  und  $f_2$  der Form  $f: x \mapsto \frac{1}{x-b} + c$ . Zeichne ein eigenes Koordinatensystem in dein Heft und übertrage die Graphen. Zeichne die Asymptoten ein und bestimme mit Hilfe der Graphen jeweils den Funktionsterm.



**Aufgabe 5:** Gegeben ist im Folgenden die Wertetabelle einer gebrochen-rationalen Funktion  $f$ . Untersuche welche der Funktionsgleichungen zu  $f$  gehört.

x	-2	-1	0	1	2
y	-7	5	1	0,2	$-\frac{1}{7}$

(1)  $f(x) = \frac{2}{x-1,5} + 1$ ; (2)  $f(x) = \frac{3}{x+1,5} - 1$ ;

**Aufgabe 6:** Gegeben sind im Folgenden jeweils zwei Gleichungen, durch die die Asymptoten einer gebrochen-rationalen Funktion beschrieben werden können.

a) $x = 1; y = 2;$	b) $x = 1,5; y = -1;$	c) $x = 3; y = -2$	d) $x = -2; y = 1$
e) $x = -3; y = 1,5;$	f) $x = \frac{3}{4}; y = 2;$	g) $x = -1; y = -1$	h) $x = 2,25; y = 1$

- 1) Zeichne die Asymptoten jeweils in ein eigenes Koordinatensystem.
- 2) Zeichne jeweils eine Hyperbel ein, die die entsprechenden Asymptoten besitzt.
- 3) Gib jeweils die Funktionsgleichung einer gebrochen-rationalen Funktion an, dessen Graph die entsprechenden Asymptoten besitzt.

**Aufgabe 7:** Gegeben sind im Folgenden die auf ihrem maximalen Definitionsbereich gegebenen Funktionen  $f_1$  bis  $f_4$ .

$f_1(x) = \frac{2}{x+1} + 1$	$f_2(x) = \frac{1}{x+2} - 1$	$f_3(x) = \frac{1}{x-3} + 1$	$f_4(x) = \frac{0,5}{(x-0,5)} - 1$
------------------------------	------------------------------	------------------------------	------------------------------------

- 1) Zeichne die Graphen der Funktionen jeweils in ein eigenes Koordinatensystem.
- 2) Entscheide jeweils, ob der Punkt  $P(1|0,5)$  über, unter oder auf dem Graphen der Funktionen liegt und schreibe deine Lösung auf.
- 3) Lies aus den Zeichnungen jeweils die Nullstellen der Funktion ab.
- 4) Lies aus den Zeichnungen jeweils den Schnittpunkt mit der y-Achse ab.

**Aufgabe 8:** Gegeben ist im Folgenden die auf ihrem maximalen Definitionsbereich gegebene Funktion  $f$  mit  $f(x) = \frac{2}{x-1} + 0,5$ .

- a) Zeichne den Graphen  $G_f$  der Funktion  $f$  in ein Koordinatensystem.
- b) Zeichne die waagrechte und senkrechte Asymptote von  $G_f$  ein.
- c) Entscheide zu welchem Punkt  $G_f$  punktsymmetrisch ist.
- d) Gib allgemein die Symmetrieeigenschaft des Graphen einer Funktion  $g$  mit  $g(x) = \frac{a}{x-b} + c$  an ( $a \neq 0, b, c \in \mathbb{Q} \setminus \{-b\}$ ).

