Die Lösungen und das Lösungsvideo gibt es hier:

Link zu den Lösungen

Hinweis: Die Links und QR-Codes im Folgenden verweisen nicht auf die Website, sondern auf unseren You-Tube-Kanal, da man hier mit „timestamps" zu den einzelnen Aufgaben springen kann. In der gesamten Abiturprüfung ist entweder Aufgabengruppe 1 oder Aufgabengruppe 2 zu bearbeiten.

2021 Abiturprüfung Mathematik Bayern Prüfungsteil A

Analysis

Aufgabengruppe 1

1. Gegeben ist die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion f mit $f(x) = e^{2x+1}$. Zeigen Sie, dass f umkehrbar ist, und ermitteln Sie einen Term der Umkehrfunktion von f. (4BE)

Lösungsvideo:

2. a) Gegeben ist die Funktion $g: x \mapsto (x^2 - 9x) \cdot \sqrt{2-x}$ mit maximaler Definitionsmenge $\mathbb{D}_g$. Geben Sie $\mathbb{D}_g$ und alle Nullstellen von g an. (3BE)

Lösungsvideo:

b) Gegeben ist die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion $h: \mapsto \ln\left(\frac{1}{x^2+1}\right)$. Begründen Sie, dass die Wertemenge von h das Intervall $]-\infty; 0]$ ist. (3BE)

Lösungsvideo:

3. Betrachtet wird die in $\mathbb{R}^+$ definierte Funktion f mit $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^3}}$.

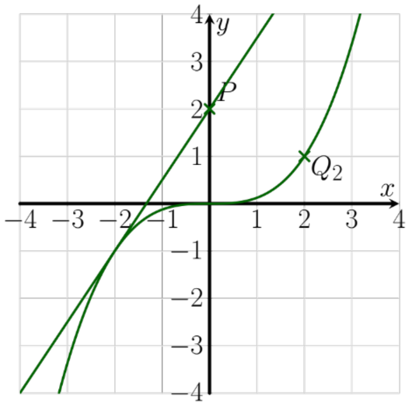
a) Zeigen Sie, dass die in $\mathbb{R}^+$ definierte Funktion F mit $F(x) = -\frac{2}{\sqrt{x}}$ eine Stammfunktion von f ist. (2BE)

Lösungsvideo:

b) Der Graph von f schließt mit der x-Achse sowie den Geraden mit den Gleichungen $x = 1$ und $x = b$ mit $b > 1$ ein Flächenstück ein. Bestimmen Sie denjenigen Wert von b, für den dieses Flächenstück den Inhalt 1 hat. (3BE)

Lösungsvideo:

4. Gegeben sind die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion f mit $f(x) = \frac{1}{8}x^3$ sowie die Punkte $Q_a(a|f(a))$ für $a \in \mathbb{R}$. Die Abbildung zeigt den Graphen von f sowie die Punkte $P(0|2)$ und Q_2.



a) Berechnen Sie für $a \neq 0$ die Steigung m_a der Gerade durch die Punkte P und Q_a in Abhängigkeit von a.
(zur Kontrolle: $m_a = \frac{a^3-16}{8a}$) (2BE)

Lösungsvideo:

b) Die Tangente an den Graphen von f im Punkt Q_a wird mit t_a bezeichnet. Bestimmen Sie rechnerisch denjenigen Wert von $a \in \mathbb{R}$, für den t_a durch P verläuft. (3BE)

Lösungsvideo:

Analysis

Aufgabengruppe 2

1. Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = \sqrt{x-2} + 1$ und maximalem Definitionsbereich.
   a) Zeichnen Sie den Graphen von f im Bereich $2 \leq x \leq 11$ in ein Koordinatensystem. (3BE)

Lösungsvideo:

   b) Berechnen Sie den Wert des Integrals $\int_2^3 f(x)dx$. (3BE)

Lösungsvideo:

2. Geben Sie jeweils den Term einer in $\mathbb{R}$ definierten Funktion an, die die angegebene Wertemenge $\mathbb{W}$ hat.
   a) $\mathbb{W} =]-\infty; 1]$ (2BE)

Lösungsvideo:

   b) $\mathbb{W} =]3; +\infty[$ (2BE)

Lösungsvideo:

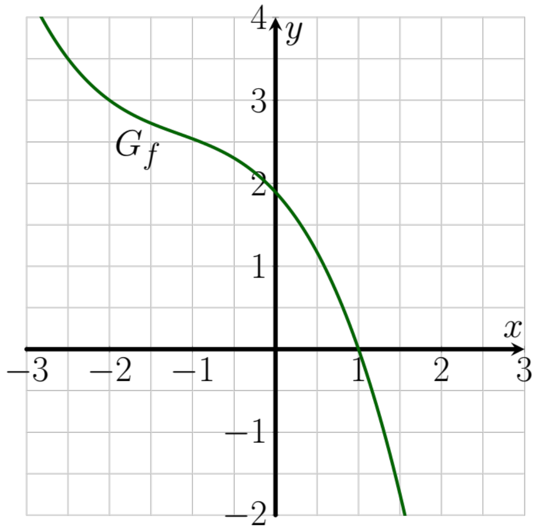
3. a) Betrachtet werden eine in $\mathbb{R}$ definierte ganzrationale Funktion p und der Punkt $Q(2|p(2))$.
   Beschreiben Sie, wie man rechnerisch die Gleichung der Tangente an den Graphen von p im Punkt Q ermitteln kann. (2BE)

Lösungsvideo:

   b) Gegeben ist eine in $\mathbb{R}$ definierte Funktion $h: x \mapsto ax^2 + c$ mit $a, c \in \mathbb{R}$, deren Graph im Punkt $N(1|0)$ die Tangente mit der Gleichung $y = -x + 1$ besitzt.
   Bestimmen Sie a und c.

Lösungsvideo:

4. Die Abbildung zeigt den Graphen G_f einer in $\mathbb{R}$ definierten Funktion f. G_f ist streng monoton fallend und schneidet die x-Achse im Punkt $(1|0)$.
Betrachtet wird fernen die Funktion g mit $g(x) = \frac{1}{f(x)}$ und maximalem Definitionsbereich $\mathbb{D}_g$.



a) Begründen Sie, dass $x = 1$ nicht in $\mathbb{D}_g$ enthalten ist, und geben Sie den Funktionswert $g(-2)$ an. (2BE)

Lösungsvideo:

b) Ermitteln Sie mithilfe der Abbildung die x-Koordinaten der Schnittpunkte der Graphen von f und g. (3BE)

Lösungsvideo:

Stochastik
Aufgabengruppe 1 und Aufgabengruppe 2

Gegeben ist die Zufallsgröße X mit der Wertemenge $\{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$. Die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X ist symmetrisch, d.h. es gilt
$P(X = 0) = P(X = 5), P(X = 1) = P(X = 4)$ und $P(X = 2) = P(X = 3)$.
Die Tabelle zeigt die Wahrscheinlichkeitswerte $P(X \leq k)$ für $k \in \{0; 1; 2\}$.

k	0	1	2	3	4	5
$P(X \leq k)$	0,05	0,20	0,50			

a) Tragen Sie die fehlenden Werte in die Tabelle ein. (2BE)

Lösungsvideo:

b) Begründen Sie, dass X nicht binomialverteilt ist. (3BE)

Lösungsvideo:

Geometrie
Aufgabengruppe 1

Gegeben ist die Gerade $g: \vec{X} = \begin{pmatrix} 1 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\lambda \in \mathbb{R}$, sowie eine weitere Gerade h, welche parallel zu g ist und durch den Punkt A(2|0|0) verläuft. Der Punkt B liegt auf g so, dass die Geraden AB und h senkrecht zueinander sind.

a) Bestimmen Sie die Koordinaten von B. (zur Kontrolle: B(-2|3|2)) (4BE)

Lösungsvideo:

b) Berechnen Sie den Abstand von g und h. (1BE)

Lösungsvideo:

Geometrie
Aufgabengruppe 2

Mit einem Lasermessgerät soll ein Verkehrsschild angepeilt werden. Diese Situation wird modellhaft in einem Koordinatensystem dargestellt. Der Ausgangspunkt des Laserstrahls wird durch den Punkt P(104|-42|10) beschrieben, seine Richtung durch den Vektor $\begin{pmatrix} -13 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Das Verkehrsschild wird durch eine Kreisscheibe repräsentiert, die in der x_2x_3-Ebene liegt und den Mittelpunkt M(0|0|20), sowie den Radius 3 hat.
Untersuchen Sie, ob der Laserstrahl auf das Verkehrsschild trifft. (5BE)

Lösungsvideo: