Quadratwurzeln

Rationalmachen des Nenners

Beim Rationalmachen des Nenners geht es darum Brüche so umzuformen, dass im Nenner keine Wurzelausdrücke vorkommen.

Zum Beispiel kann man $\frac{1}{\sqrt{2}}$ mit $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$ erweitern und erhält

$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$

Denn allgemein gilt $\sqrt{a}^2 = a$ für $a \in \mathbb{R}_0^+$.

Ganz so einfach funktioniert es nicht immer.

Hat man den Bruch $\frac{3}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ dann muss man geschickt mit Hilfe der 3. Binomischen Formel so erweitern, dass keine Wurzelausdrücke mehr im Nenner vorkommen.

3. Binomische Formel: $(a-b) \cdot (a+b) = a^2 - b^2$

Beispiel: $(x-2) \cdot (x+2) = x^2 - 2^2 = x^2 - 4$

Um die 3. Binomische Formel anwenden zu können, muss der Bruch mit $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ erweitert werden.

$\frac{3}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \frac{3}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$

Nun kann man unten im Nenner die 3.Binomische Formel anwenden:

$= \frac{3 \cdot (\sqrt{3}+\sqrt{2})}{\sqrt{3}^2 - \sqrt{2}^2}$

Wir wenden wieder an, dass allgemein $\sqrt{a}^2 = a$ für $a \in \mathbb{R}_0^+$ gilt und erhalten:

$= \frac{3 \cdot \sqrt{3} + 3 \cdot \sqrt{2}}{3-2}$

$= \frac{3\sqrt{3} + 3\sqrt{2}}{1}$

$= 3\sqrt{3} + 3\sqrt{2}$

Beispielaufgaben:

Machen Sie den Nenner rational:

a) $\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}}$

b) $\frac{5}{\sqrt{3}+\sqrt{5}}$

c) $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$

Lösungen:

Zu a)

$$\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)}{\sqrt{2}^2} = \frac{\sqrt{2}^2+1\cdot\sqrt{2}}{2} = \frac{2+\sqrt{2}}{2}$$

Zu b)

$$\frac{5}{\sqrt{3}+\sqrt{5}} = \frac{5}{\sqrt{3}+\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{3}-\sqrt{5}}{\sqrt{3}-\sqrt{5}} = \frac{5(\sqrt{3}-\sqrt{5})}{\sqrt{3}^2-\sqrt{5}^2} = \frac{5\sqrt{3}-5\sqrt{5}}{3-5} = \frac{5\sqrt{3}-5\sqrt{5}}{-2}$$

Zu c)

$$\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} \cdot \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-2} = \frac{\sqrt{x}^2-2\sqrt{x}}{\sqrt{x}^2-2^2} = \frac{x-2\sqrt{x}}{x-4}$$